

CONTROLE CONTINU D'OPTIQUE GEOMETRIQUE (2018-2019)

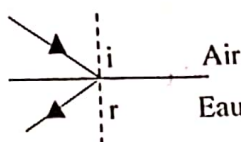
Enseignant : Pr NGUIYA S.

Durée : 2H

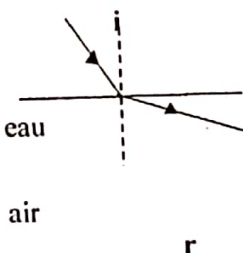
EXERCICE 1

- 1) Définition : Chemin optique, onde électromagnétique, stigmatisme rigoureux.
- 2) Enoncer clairement le principe de Fermat et démontrer que les trois lois de DESCARTES en découlent ;
- 3) Un rayon lumineux se propageant dans l'air, est réfracté lorsqu'il pénètre dans l'eau d'un étang. L'angle d'incidence est noté i et angle de réfraction r . Les schémas ci-dessous, qui sont censés décrire ce phénomène, sont inexacts : expliquer pourquoi dans chaque cas (une phrase).

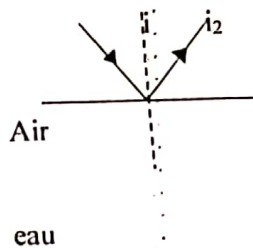
Cas n°1 :



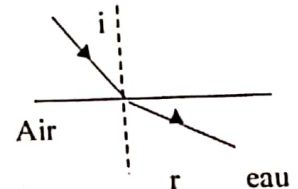
Cas n°2 :



Cas n°3 :

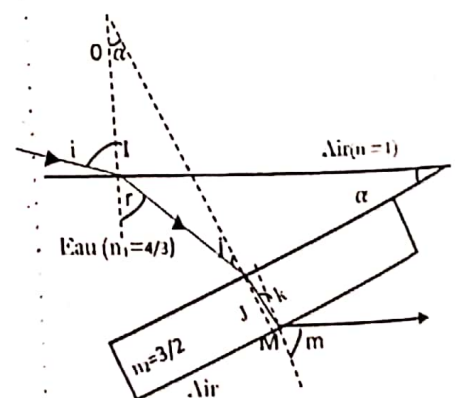


Cas n°4 :



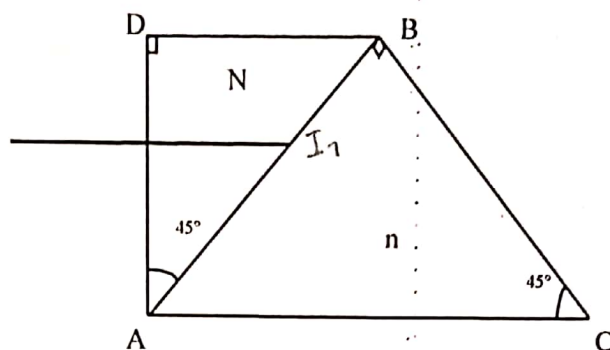
On suppose maintenant que le rayon lumineux, après pénétration dans l'eau, traverse une lame à faces planes d'indice $n_2=3/2$. Cette lame est placée sous l'eau (d'indice $n_1=4/3$) comme l'indique la figure ci-dessous.

- 4) a- Quelle relation vérifient r , j et α ?
 b- Le rayon peut-il se réfléchir en J ?
 c- Déterminer les conditions sur j et α pour que le rayon sorte en M en émergence rasante.
- 5) Un observateur sous-marin dont le masque de plongée est considéré comme une lame à faces planes peut-il voir un rayon incident si $\alpha = 20^\circ$ et $i = 45^\circ$? Si oui, pour quelle valeur de α va-t-il disparaître ?



EXERCICE 2

Deux morceaux de verre taillés sous forme de triangles rectangles et isocèles d'indices respectifs N et n ont leur face AB commune. Un rayon incident frappe AD sous une incidence normale, se réfracte en I_1 sur la face AB , se réfléchit sur I_2 sur la face BC puis ressort en I_3 sous l'incidence i .



Les valeurs de N et n sont telles que la réflexion soit totale en I_2 .

- 1) Compléter la figure en associant aux rayons l'angle réfléchi r en I_1 et les angles incidents α et β respectivement en I_2 et en I_3 .
- 2) Ecrire la relation de SNELL-DESCARTES aux points I_1 et I_3 .
- 3) Quelles relations vérifient les angles r et α ; et α et β ?
- 4) Quelle relation vérifie N et n pour que la réflexion soit limite en I_2 ?

Calculer N , r , α , β et i pour $n = 3/2$ quand cette condition limite est réalisée.

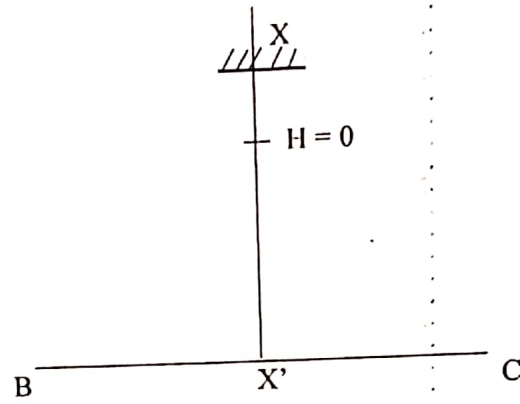
On appelle N_0 cette valeur limite de N . pour que la réflexion soit totale en I_2 . N doit-il être plus grand ou plus petit que N_0 ?

- 5) Ecrire la relation vérifiée par N et n pour que l'angle i soit nul. Que vaut N ?

EXERCICE 3

Le rétroviseur intérieur d'une voiture est un miroir plan de largeur $l = 20$ cm disposé verticalement. Ce miroir est situé sur l'axe $X'X$ en son milieu A ($X'X$ perpendiculaire au plan du miroir plan comme sur la figure ci-dessous). Un individu, dont l'œil est situé dans l'espace réel du rétroviseur, cherche à déterminer en regardant dans le rétroviseur, la largeur BC de la façade de la maison occupe entièrement son rétroviseur :

- 1) Faire une construction géométrique de l'image de la façade, observée par l'œil à travers le rétroviseur.
- 2) Déterminer la largeur de l'image de la façade de la maison, observée par l'œil.



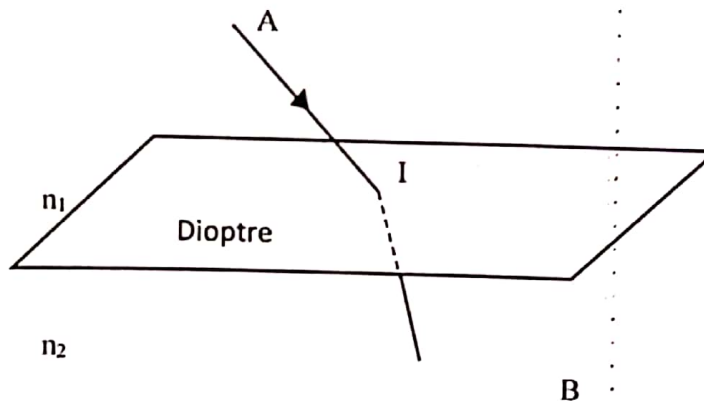
EXAMEN D'OPTIQUE GEOMETRIQUE (2018-2019)

Enseignant : Pr NGUIYA S.

Durée : 2H

EXERCICE 1

1. Définir les termes ou expressions suivants : milieu homogène et isotrope ; dioptré ; système centré.
2. Quand dit-on d'un système qu'il est rigoureusement stigmatique ? aplanétique ? et donner pour chaque cas un exemple de système.
3. Soient deux points A (0,0,a) et B(d,0,-b) situés de part et d'autre d'une surface plane séparant deux milieux où la lumière se propage avec les vitesses v_1 et v_2 . On choisit un système d'axes Oxyz tel que la surface de séparation des deux milieux constitue le plan xOy.



Appliquer le principe de Fermat pour déterminer, dans le plan de séparation xOy, la position du point I où le trajet lumineux passe du milieu (1) au milieu (2).

EXERCICE 2

On considère une goutte d'eau de forme sphérique dans l'atmosphère. Cette goutte est éclairée par le soleil supposé ponctuel. Un rayon lumineux pénétrant dans la goutte sous l'incidence i subit deux réfractions et un nombre N de réflexions internes pour ressortir de la goutte.

1. Soit D_N la déviation totale du rayon.
 - a) Représenter la marche d'un rayon lumineux ayant subi dans la goutte une seule réflexion interne ($N=1$) et exprimer la déviation D_1 en fonction des angles d'incidence i et de réfraction r .
 - b) Exprimer la déviation D_N en fonction de i , r et N .
 - c) Montrer que lorsque i varie de zéro à $\pi/2$, la déviation D_N ne peut avoir d'extremum que si $N \geq 1$ et que dans ce cas, l'extremum est unique et correspond à un minimum. On notera D_N^m la valeur de cet extremum et i_N^m l'angle d'incidence correspondant.

- d) Calculer D_N^m et i_N^m pour $N=1$ sachant que $n=1,33$.
2. On se limite au cas $N=1$ (une seule réflexion interne) et on admet que les gouttes d'eau sont uniformément réparties dans l'espace. Les rayons ayant une incidence i_N voisine de la valeur i_N^m subissent une déviation pratiquement égale à D_N^m . En conséquence, dans la direction de cet extremum, il y aura accumulation de lumière.
- a) En déduire la répartition géométrique des gouttes qui apparaissent brillantes à un observateur.
- b) Sachant que l'indice n de la goutte d'eau est une fonction décroissante de la longueur d'onde, calculer la dérivée de D_m par rapport à n et en déduire ΔD_m la variation de la déviation minimale entre les rayons bleu et rouge.
- On donne : $n(\lambda_{bleu} = 0,4 \mu m) = 1,335$ et $n(\lambda_{Rouge} = 0,8 \mu m) = 1,325$
- c) Expliquer le phénomène de l'arc-en-ciel.

EXERCICE 3

Une lentille L plongée dans l'air est constituée par un milieu d'indice n limité par deux surfaces sphériques de rayons R_1 et R_2 dont les sommets sur l'axe se trouvent à la distance $\overline{S_1S_2} = e$. déterminer en fonction R_1 et R_2, n et e :

1. La distance focale de la lentille.
2. La position de ses foyers.
3. La position de ses points principaux.
4. Que peut-on dire de ses points nodaux ?
5. On considère maintenant que la lentille est mince. Quelle est l'expression de sa convergence ?
6. Application numérique : $|R_1| = |R_2| = 25 \text{ cm}$; $\overline{S_1S_2} = e = 1 \text{ cm}$.

Quelles sont les distances focales pour les cas où L est biconcave et biconvexe.

CC ET EXAMEN D'OPTIQUE GEOMETRIQUE (2017/2018)

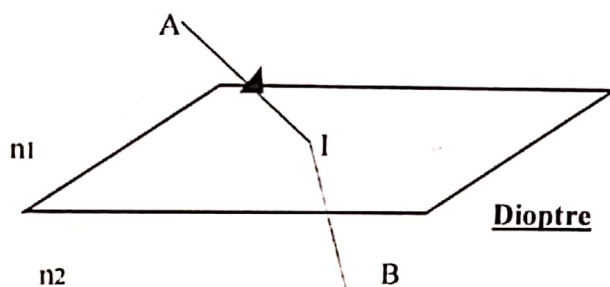
Enseignant : Dr Nguiya

Durée : 2H

EXERCICE 1

1. Définir les termes ou expressions suivants : milieu homogène et isotrope ; dioptre ; système centré.
2. Quand dit-on d'un système qu'il est rigoureusement stigmatique ? Aplanétique ? Et donner pour chaque cas un exemple de système.
3. Soient deux points A (0, 0, a) et B (d, 0, -b) situés de part et d'autre d'une surface plane séparant deux milieux où la lumière se propage avec les vitesses V_1 ET V_2 . On choisit un système d'axes Oxyz tel que la surface de séparation des deux milieux constitue le plan xOy.

Appliquer le principe de Fermat pour déterminer, dans le plan de séparation xOy, la position du point I où le trajet lumineux passe du milieu (1) au milieu (2).



EXERCICE 2

Montrer que le support d'un rayon lumineux qui frappe sous une incidence i une lame à faces parallèles d'épaisseur e , plongée dans l'air et d'indice n subit une translation de : $d = e \frac{\sin(i-r)}{\cos r}$ où r est l'angle de réfraction.

Calculer cette translation pour $i=60^\circ$, $e=5\text{cm}$ et $n=\sqrt{3}$

EXERCICE 3

Un doublet de symbole (4, 2, 1) placé dans l'air, est formé de deux lentilles minces L_1 (O_1, F_1, F'_1) et L_2 (O_2, F_2, F'_2), séparées d'une distance e .

1. Déterminer la position du foyer image F' du doublet par rapport à O_2 .
2. Déterminer la position du foyer objet F du doublet par rapport à O_1 .
3. Déterminer la distance focale image de ce doublet.
4. Etablir les expressions donnant la position du plan principal objet et la position du plan principal image de ce doublet.
5. Déterminer géométriquement sur un schéma à l'échelle les positions des points cardinaux F, F', H et H' . Comparer aux résultats précédents.

RATTRAPAGE D'OPTIQUE GEOMETRIQUE (2016/2017)

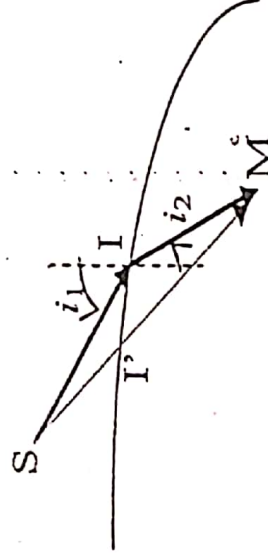
Enseignant : Dr Nguia

Durée : 1H30

EXERCICE 1

Un dioptre sépare deux milieux homogènes, isotropes, d'indices respectifs n_1 et n_2 . Un rayon lumineux issu d'un point $S(X_s, Y_s, Z_s)$ arrive sur le dioptre dans le milieu 1 en un point $I(X, Y, Z)$. Il atteint ensuite, après être réfracté (resp. réfléchi) un point $M(X_m, Y_m, Z_m)$.

1. Enoncer : Le principe de Fermat ; les lois de Descartes.
2. En utilisant le principe de Fermat, écrire l'équation que doivent vérifier les coordonnées de
3. En déduire les lois de Descartes relatives à la réfraction.

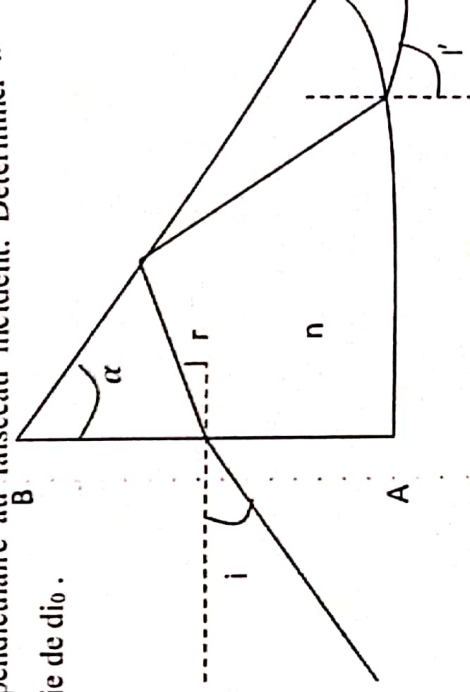


EXERCICE 2

Un prisme de verre a pour section droite un triangle ABC rectangle en A. Il est éclairé par un faisceau parallèle de lumière monochromatique à la longueur d'onde λ_0 pour laquelle l'indice optique du verre relativement à l'air vaut n .

1. Définir et calculer la déviation d par le prisme en fonction seulement de i et de l'angle d'émergence du faisceau i' par la face AC.
2. Est-il possible d'obtenir un faisceau émergent perpendiculaire au faisceau incident ? Dans ce cas, montrer que n doit vérifier une inégalité que l'on précisera. Cette situation est-elle compatible avec une incidence normale ? une incidence rasante ?

- 3- On considère maintenant le cas où $n=1,5$ et $\alpha=60^\circ$. Déterminer l'angle d'incidence i_0 correspondant à un faisceau émergent perpendiculaire au faisceau incident. Déterminer la variation dD de la déviation D lorsque i_0 varie de di_0 .



Enseignant : Dr Nguia.

Durée : 2H

Une onde progressive plane monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, se propage dans le vide. A tout instant, son vecteur champ électrique $\vec{E}$ au point $P(x, y, z)$ a pour composante cartésienne :

$$E_z = 0$$

$$E_x = E_0 \cos \left[\frac{k(2x + 2y + z)}{3} - \omega t \right]$$

L'amplitude E_0 vaut 10^{-4} V/m.k et w sont deux scalaires réels positifs et c désigne la vitesse de la lumière dans le vide.

1. Calculer la fréquence N de l'onde
2. Quel est le domaine de fréquence auquel appartient cette onde ?
3. Déterminer l'équation cartésienne des plans d'onde.

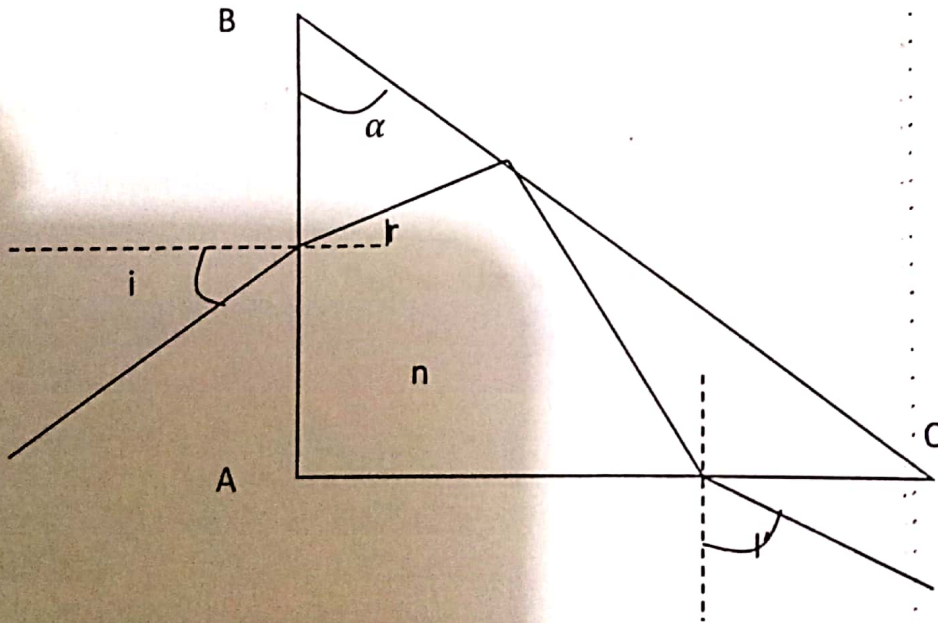
1. Définir : dioptre plan, stigmatisme.

- 2.
- a. Montrer que le dioptre plan n'est pas rigoureusement stigmatique pour un objet lumineux placé à distance finie.
- b. Dans quel cas le stigmatisme est-il rigoureux ?
3. Dans le cas d'un stigmatisme approché, utiliser la formule du dioptre plan pour établir la relation de conjugaison d'une lame à face parallèle d'épaisseur e , séparant trois milieux homogènes et transparents d'indices de réfraction n_1 , n_2 , et n_3 .

Un prisme de verre a pour section droite un triangle ABC rectangle en A. Il est éclairé par un faisceau parallèle de lumière monochromatique à la longueur d'onde λ_0 pour laquelle l'indice optique du verre relativement à l'air vaut n .

3. Définir et calculer la déviation d par le prisme en fonction seulement de i et de l'angle d'émergence du faisceau i' par la face AC.
4. Est-il possible d'obtenir un faisceau émergent perpendiculaire au faisceau incident ? Dans ce cas, montrer que n doit vérifier une inégalité que l'on précisera. Cette situation est-elle compatible avec une incidence normale ? une incidence rasante ?

- 4- On considère maintenant le cas où $n=1,5$ et $x=60^\circ$. Déterminer l'angle d'incidence i_0 correspondant à un faisceau émergent perpendiculaire au faisceau incident. Déterminer la variation dD de la déviation D lorsque i_0 varie de di_0



EXAMEN OPTIQUE GEOMETRIQUE (2016/2017)

Enseignant : Dr Ngulya

Durée : 2H

Exercice 1

1. Définir les termes ou expressions suivants : Condition de Gauss, système centré catadioptrique, grossissement linéaire, Stigmatisme
2. On considère une bulle d'air d'indice d'air (indice $n_2 \sim 1$) immergé dans de l'eau (indice $n_1 \sim 1,33$). Un rayon rencontre la bulle au point I avec un angle d'incidence i . Le rayon est à une distance d de la droite SC parallèle au rayon et passant par C. La bulle correspond à une sphère de rayon R de centre C et de sommet S.
 - a. Faire un schéma optique complet du phénomène et identifier l'angle de réflexion.
 - b. Calculer l'angle d'incidence $i = \theta$ à partir duquel le rayon sera totalement réfléchi.
 - c. A quelle distance d_0 est alors situé le rayon ? Application numérique pour $R=4\text{mm}$.
 - d. Dans le cas où $i > \theta$, le rayon est totalement réfléchi. Représenter le schéma, l'angle D de déviation du rayon et exprimer D en fonction de i .
 - e. Dans le cas où $i < \theta$, le rayon subit aussi plusieurs réfractions. Soit r l'angle de réfraction correspondant passage eau-bulle d'air. Représenter l'angle de déviation du rayon en sortie. Exprimer D en fonction de i et r .

Exercice 2

On dispose sur le plateau d'un goniomètre un prisme.

Les réglages ayant été effectués, on mesure l'angle A du prisme : $A=60^\circ$. On réalise ensuite une série de mesure en repérant le minimum de déviation pour les longueurs d'ondes connues du spectre de raies de mercure et du sodium :

Raie	λ (nm)	D_m
Rouge Na	616,0	$55^\circ 30'$
Jaune Hg	579,0	$56^\circ 4'$
Verre Na	568,8	$56^\circ 15'$
Verre Hg	546,1	$56^\circ 40'$
Bleu-vert Hg	496,0	$57^\circ 51'$
Bleu-indigo Hg	435,8	$59^\circ 51'$
Violet Hg	404,7	$61^\circ 20'$

1. Exprimer les quatre relations du prisme d'un prisme.
2. Quelle est, au minimum de déviation, la relation liant l'indice n et du prisme, a et D_m ?

3. Compléter le tableau en calculant les valeurs d'indice correspondantes.

4. Tracer la courbe expérimentale $n(\frac{1}{\lambda^2})$.

5. Vérifier graphiquement la loi empirique de Cauchy : $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ et préciser les valeurs de a et b.

Exercice 3

Un système optique d'indice n, placé dans l'air, est limité par deux dioptries sphériques de rayons $\overline{S_1C_1}$ et $\overline{S_2C_2}$. On donne : $n = 1,5$; $\overline{S_1C_1} = 10 \text{ cm}$; $\overline{S_2C_2} = -20 \text{ cm}$; $\overline{S_1S_2} = 50 \text{ cm}$.

1.

- a- Calculer les distances focales f_1 et f_2 du premier dioptre.
- b- Calculer les distances focales f_2 et f_1 du deuxième dioptre.
- c- Déterminer la position des points nodaux et du centre optique pour chaque dioptre.

2.

- a- Calculer les positions des foyers F et F', des points principaux H et H' et des points nodaux N et N' du système.
- b- Déterminer graphiquement les positions de F, F', H et H' (Echelle 1/5 ; utiliser un papier millimétré).

3. On remplace les deux dioptries par un système équivalent caractérisé par F, F' et les plans principaux P et P'. Un objet droit de 2 cm de hauteur est placé sur l'axe du système tel que $\overline{S_1A} = -25 \text{ cm}$.

- a- Calculer la position $\overline{H'A'}$ de l'image A'B'.
- b- Déterminer graphiquement l'image A'B'.
- c- Donner la valeur numérique du grandissement γ .

CONTROLE CONTINU OPTIQUE GEOMETRIQUE (2015/2016)

Enseignant : Dr Nguiya

Durée : 2H

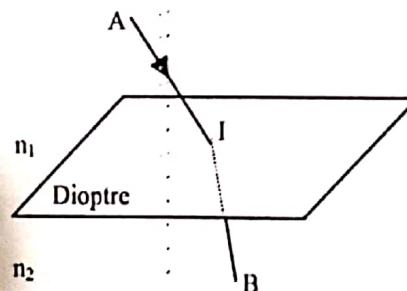
Exercice 1 : Contrôle des connaissances

1. Définir : rayon lumineux ; milieu transparent ; milieu homogène et isotrope ; faisceau lumineux ; système optique centré ; miroir plan.
2. Enoncer le principe de la propagation rectiligne de la lumière puis celui du retour à l'inverse.
3. Donner les lois de Snell-Descartes de la réflexion.
4. Quand dit-on qu'un système est rigoureusement stigmatique ? Quand dit-on qu'un système présente un stigmatisme approché ?
5. Donner un exemple de système rigoureusement stigmatique.

Exercice 2 : Principe de Fermat et lois de la réfraction

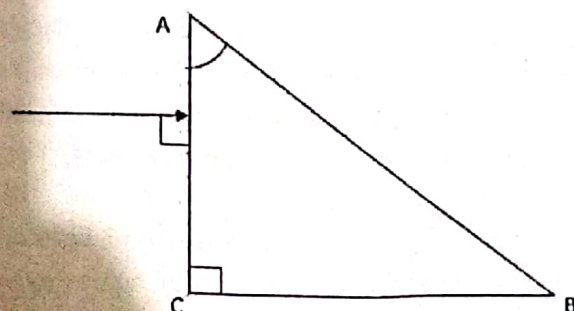
Soient deux points A et B situés de part et d'autre d'une surface plane séparant deux milieux où la lumière se propage avec les vitesses v_1 et v_2 . On choisit un système d'axes Oxyz tel que la surface de séparation des deux milieux constitue la plan xOy. De plus, A et B ont pour coordonnées : A(0,0,a) et B(d,0,-b).

1. Appliquer le principe de Fermat pour déterminer dans le plan de séparation xOy, la position du point I où le trajet lumineux passe du milieu (1) au milieu (2).
2. Applique ce résultat au problème suivant : une personne se promène sur une plage à la limite du sable et de l'eau. Arrivée au point O de sa promenade, elle aperçoit un baigneur en danger en un point B de l'eau et veut le secourir le plus rapidement possible. En supposant qu'elle court trois fois plus vite qu'elle nage, déterminer en quel point de la grève elle devra se mettre à l'eau.



Exercice 3 :

1. Une personne de taille h s'observe dans un miroir rectangulaire accroché à un mur et situé à une distance a d'elle. Quelle est la longueur minimale du miroir et à quelle hauteur du sol faut-il l'accrocher pour que la personne s'y voie entièrement ?
2. Compléter le chemin du rayon lumineux qui entre dans le prisme ci-dessous.



Il y a-t-il réflexion totale sur la face AB ? On donne : $n = 1,52$; indice de réfraction du prisme.

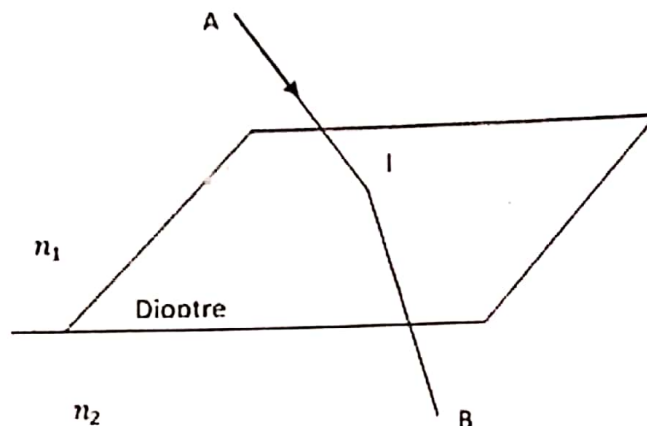
EXAMEN OPTIQUE GEOMETRIQUE (2015/2016)

Enseignant: Dr Nguiya

Durée : 2H

EXERCICE 1

1. Définir les termes ou expressions suivantes : milieu homogène et isotrope, dioptré système centré.
2. Quand dit-on qu'un système est rigoureusement stigmatique ? Aplanétique ? Donner pour chaque cas un exemple de système.
3. Soient deux points $A(0,0,a)$ et $B(d,0,-b)$ situés de part et d'autre d'une surface plane séparant deux milieux où la lumière se propage avec les vitesses v_1 et v_2 . On choisit un système d'axes $Oxyz$ tel que la surface de séparation des deux milieux constitue le plan xOy .



Appliquer le principe de Fermat pour déterminer dans le plan de séparation xOy , la position du point I ou le trajet lumineux passe du milieu (1) au milieu (2).

EXERCICE 2

On considère une goutte d'eau de forme sphérique dans l'atmosphère. Cette goutte est éclairée par le soleil suppose ponctuel. Un rayon lumineux pénétrant dans la goutte sous l'incidence i subit deux réfraction et un nombre N de réflexions interne pour ressortir de la goutte.

1. Soit D_N la déviation totale du rayon.
 - a) Représenter la marche d'un rayon lumineux ayant subi dans la goutte une seule réfraction interne ($N=1$) et exprimer la déviation D_1 en fonction des angles d'incidence i et de réfraction r .
 - b) Exprimer la déviation D_N en fonction de i , r , et N .
 - c) Montrer que lorsque i varie de zéro à $\pi/2$, la déviation D_N ne peut avoir d'extremum que si $N \geq 1$ et que dans ce cas, l'extremum est unique et correspond à un minimum. On notera D_N^m la valeur de cet extremum et i_N^m l'angle d'incidence correspondant.
 - d) Calculer D_N^m et i_N^m pour $N=1$ sachant que $n=1,33$.
2. On se limite au cas $N=1$ (une seule réflexion interne) et on admet que les gouttes sont uniformes réparties dans l'espace. Les rayons ayant un indice i_N voisin de la valeur i_N^m subissent une

déviations égales αD_N^m . En conséquence, dans la direction de cet extremum, il y a accumulation de lumière.

- En déduire la répartition géométrique des gouttes qui apparaissent brillantes à un observateur.
- Sachant que l'indice n de la goutte d'eau est une fonction décroissante de la longueur d'onde, calculer la déviation minimale entre les rayons bleu et rouge.

On donne : $n(\lambda_{\text{bleu}}=0.4\mu\text{m})=1,335$ et $n(\lambda_{\text{rouge}}=0.8\mu\text{m})=1,325$

- Expliquer le phénomène de l'arc-en-ciel.

EXERCICE 3

Une lentille mince L plongée dans l'air est constituée par un milieu d'indice n limité par deux surfaces sphériques de rayons R_1 et R_2 dont les sommets sur l'axe se trouvent à la distance $\overline{S_1S_2} = e$. Déterminer en fonction de e , n , R_1 et R_2 :

- La distance focale de la lentille
- La position de ses foyers
- La position de ses points principaux
- Que peut-on dire de ses points nodaux ?
- On considère maintenant que la lentille est mince. Quelle est l'expression de sa convergence ?
- Application numérique : $|R_1| = |R_2| = 25\text{cm}$; $\overline{S_1S_2} = e = 1\text{cm}$.
Quelles sont les distances focales pour les cas où L est biconcave et biconvexe ?

RATRAPAGE OPTIQUE GEOMETRIQUE (2015/2016)

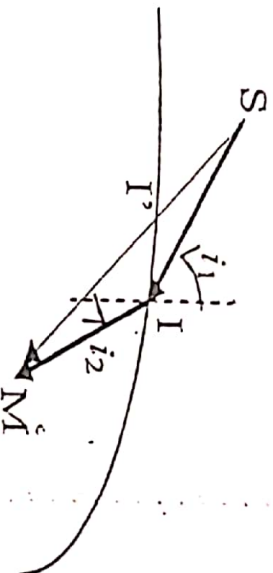
Enseignant: Dr Nguyi'a

Durée : 2H

EXERCICE 1

Un dioptré sépare deux milieux homogènes, isotropes, d'indices respectifs n_1 et n_2 . Un rayon lumineux issu d'un point $S (X_s, Y_s, Z_s)$ arrive sur le dioptré dans le milieu 1 en un point $I (X, Y, Z)$. Il atteint ensuite, après être réfracté (resp. réfléchi) un point $M (X_m, Y_m, Z_m)$.

1. Enoncer : Le principe de Fermat ; les lois de Descartes.
2. En utilisant le principe de Fermat, écrire l'équation que doivent vérifier les coordonnées de I .
3. En déduire les lois de Descartes relatives à la réfraction.

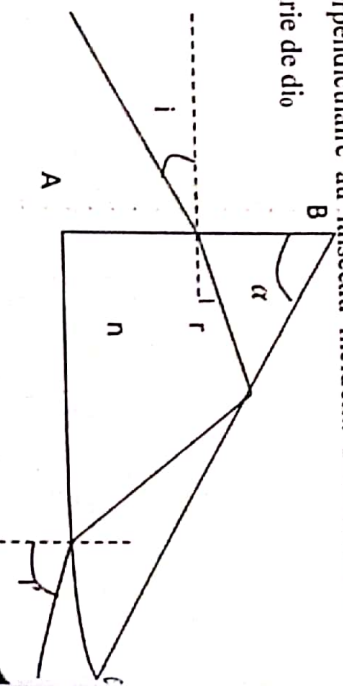


EXERCICE 2

Un prisme de verre a pour section droite un triangle ABC rectangle en A. Il est éclairé par un faisceau parallèle de lumière monochromatique à la longueur d'onde λ_0 pour laquelle l'indice optique du verre relativement à l'air vaut n .

1. Définir et calculer la déviation d par le prisme en fonction seulement de i et de l'angle d'émergence du faisceau i' par la face AC.
2. Est-il possible d'obtenir un faisceau émergent perpendiculaire au faisceau incident ? Dans ce cas, montrer que n doit vérifier une inégalité que l'on précisera. Cette situation est-elle compatible avec une incidence normale ? une incidence rasante ?

3. On considère maintenant le cas où $n=1,5$ et $\alpha=60^\circ$. Déterminer l'angle d'incidence i_0 correspondant à un faisceau émergent perpendiculaire au faisceau incident. Déterminer la variation dD de la déviation D lorsque i_0 varie de di_0



CONTROLE CONTINU OPTIQUE GEOMETRIQUE (2014/2015)

Enseignant : Dr Nguiya

Durée : 2H

Exercice 1 : Contrôle des connaissances

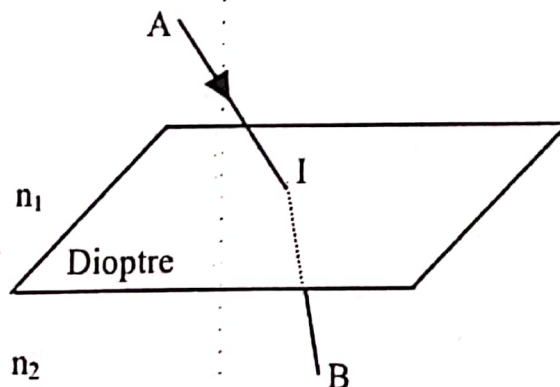
6. Définir : rayon lumineux ; milieu transparent ; milieu homogène et isotrope ; faisceau lumineux ; système optique centré ; miroir plan.
7. Énoncer le principe de la propagation rectiligne de la lumière puis celui du retour à l'inverse.
8. Donner les lois de Snell-Descartes de la réflexion.
9. Quand dit-on qu'un système est rigoureusement stigmatique ? Quand dit-on qu'un système présente un stigmatisme approché ?
10. Donner un exemple de système rigoureusement stigmatique.

Exercice 2 : Principe de Fermat et lois de la réfraction

Soient deux points A et B situés de part et d'autre d'une surface plane séparant deux milieux où la lumière se propage avec les vitesses v_1 et v_2 . On choisit un système d'axes Oxyz tel que la surface de séparation des deux milieux constitue la plan xOy. De plus, A et B ont pour coordonnées : A(0,0,a) et B(d,0,-b).

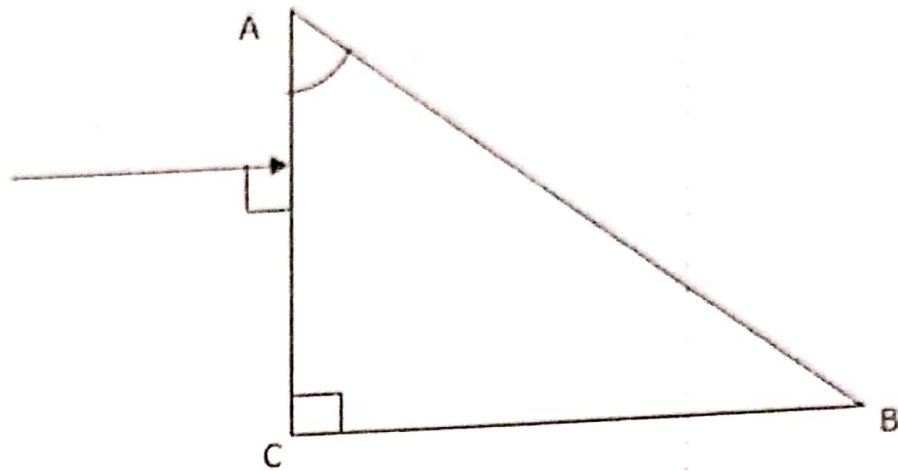
3. Appliquer le principe de Fermat pour déterminer dans le plan de séparation xOy, la position du point I où le trajet lumineux passe du milieu (1) au milieu (2).
4. Applique ce résultat au problème suivant : une personne se promène sur une plage à la limite du sable et de l'eau. Arrivée au point O de sa promenade, elle aperçoit un baigneur en danger en un point B de l'eau et veut le secourir le plus rapidement possible.

En supposant qu'elle court trois fois plus vite qu'elle nage, déterminer en quel point de la grève elle devra se mettre à l'eau.



Exercice 3

3. Une personne de taille h s'observe dans un miroir rectangulaire accroché à un mur et situé à une distance a d'elle. Quelle est la longueur minimale du miroir et à quelle hauteur du sol faut-il l'accrocher pour que la personne s'y voie entièrement ?
4. Compléter le chemin du rayon lumineux qui entre dans le prisme ci-dessous.



réflexion

Il y a-t-il
totale sur la face AB ? On donne : $n = 1,52$; indice de réfraction du prisme.

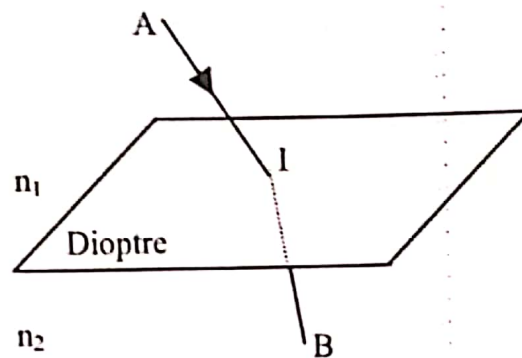
RATTRAPAGE OPTIQUE GEOMETRIQUE (2014/2015)

Enseignant : Dr Nguiya

Durée : 2H

Exercice 1

3. Définir les termes ou expressions suivants : milieu homogène et isotrope ; dioptré ; système centré ; miroir ; prisme
4. Quand dit-on d'un système qu'il est rigoureusement stigmatique ? Aplanétique ? Et donner pour chaque cas un exemple de système.
5. Soient deux points $A(0,0,a)$ et $B(d,0,-b)$ situés de part et d'autre d'une surface plane séparant deux milieux où la lumière se propage avec les vitesses v_1 et v_2 . On choisit un système d'axes $Oxyz$ tel que la surface de séparation des deux milieux constitue la plan xOy .



Appliquer le principe de Fermat pour déterminer dans le plan de séparation xOy , la position du point I où le trajet lumineux passe du milieu (1) au milieu (2).

Exercice 2

Un point lumineux S est placé à 40 cm au-dessus et sur la normale au centre d'un miroir plan circulaire de diamètre $d = 10$ cm, disposé horizontalement. Le miroir est placé à 2 m du plafond.

1. Calculer le diamètre D du cercle éclairé au plafond par la lumière réfléchiée sur le miroir.
2. Que devient le cercle éclairé au plafond si on déplace le miroir latéralement par rapport à la source de lumière ?

Exercice 3

Un système optique d'indice n , placé dans l'air, est limité par deux dioptrés sphériques de rayons $\overline{S_1C_1}$ et $\overline{S_2C_2}$. On donne : $n = 1,5$; $\overline{S_1C_1} = 10$ cm ; $\overline{S_2C_2} = -20$ cm ; $\overline{S_1S_2} = 50$ cm.

4.

- d- Calculer les distances focales f_1 et f_2 du premier dioptré.
- e- Calculer les distances focales f_2 et f_1 du deuxième dioptré.
- f- Déterminer la position des points nodaux et du centre optique pour chaque dioptré.

5.

c- Calculer les positions des foyers F et F' , des points principaux H et H' et des points nodaux N et N' du système.

d- Déterminer graphiquement les positions de F , F' , H et H' (Echelle 1/5 ; utiliser un papier millimétré).

6. On remplace les deux dioptries par un système équivalent caractérisé par F , F' et les plans principaux P et P' . Un objet droit de 2 cm de hauteur est placé sur l'axe du système tel que $\overline{S_1A} = -25$ cm.

d- Calculer la position $\overline{H'A'}$ de l'image $A'B'$.

e- Déterminer graphiquement l'image $A'B'$.

f- Donner la valeur numérique du grandissement γ .

CORRECTIONS

CORRECTION CONTROLE CONTINU D'OPTIQUE GEOMETRIQUE (2018/2019)

EXERCICE 1

- 1) Chemin optique : c'est la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant le même temps qu'elle met pour aller d'un point A vers un point B placés dans un milieu autre que le vide.

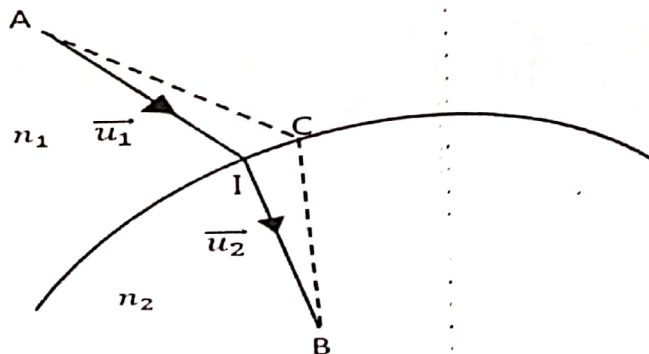
Onde électromagnétique : c'est une onde de la même nature que la lumière, se propageant même dans le vide.

Stigmatisme rigoureux : on dit qu'un système optique est rigoureusement stigmatique si tout rayon lumineux passant par un point A passe par un même point A' après avoir traversé le système.

- 2) Enoncé : le chemin effectivement suivie par la lumière pour aller d'un point A vers un point B est celui de durée stationnaire.

Démontrons qu'il renferme les trois de Descartes :

soit A et B deux points placés respectivement dans les milieux d'indice n_1 et n_2 ; I un point de la surface de séparation de ces milieux ; C un point infiniment proche de I tel que : $\vec{IC} = d\vec{l}$



$$\text{On a } L_{AB} = L_{AI} + L_{IB} = n_1 \vec{AI} \cdot \vec{u}_1 + n_2 \vec{IB} \cdot \vec{u}_2$$

$$= n_2 \vec{IB} \cdot \vec{u}_2 - n_1 \vec{IA} \cdot \vec{u}_1$$

$$\text{Or d'après Fermat on a : } dL_{AB} = 0 \Rightarrow n_2 d\vec{IB} \cdot \vec{u}_2 + n_2 d\vec{IB} \cdot \vec{u}_2 - n_1 d\vec{IA} \cdot \vec{u}_1 - n_1 d\vec{IA} \cdot \vec{u}_1 = 0$$

$$\text{Or } \begin{cases} d\vec{u}_2 \perp \vec{IB} \\ d\vec{u}_1 \perp \vec{IA} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d\vec{u}_2 \cdot \vec{IB} = 0 \\ d\vec{u}_1 \cdot \vec{IA} = 0 \end{cases} \text{ donc on a : } n_2 d\vec{IB} \cdot \vec{u}_2 - n_1 d\vec{IA} \cdot \vec{u}_1 = 0$$

$$\text{or } \begin{cases} d\vec{IB} = \vec{IC} = d\vec{l} \\ d\vec{IA} = \vec{IC} = d\vec{l} \end{cases} \text{ donc on a : } (n_2 \vec{u}_2 - n_1 \vec{u}_1) d\vec{l} = 0$$

Cette expression montre que $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ sont coplanaires : 1^{ère} lois Descartes

$$\text{Soit } \vec{N} / \alpha \vec{N} = n_2 \vec{u}_2 - n_1 \vec{u}_1$$

$$\text{On a : } n_2 \vec{N} \wedge \vec{u}_2 - n_1 \vec{N} \wedge \vec{u}_1 = \vec{0} \Rightarrow n_2 \|\vec{N} \wedge \vec{u}_2\| - n_1 \|\vec{N} \wedge \vec{u}_1\| = 0$$

$$\Rightarrow n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_1$$

*Si $n_2 = n_1$ alors $\sin i_2 = \sin i_1$ donc il existe $i' = -i_2$

Ainsi $\sin i' = -\sin i_1 \Rightarrow i' = -i_1$: c'est la 2^e loi de Descartes

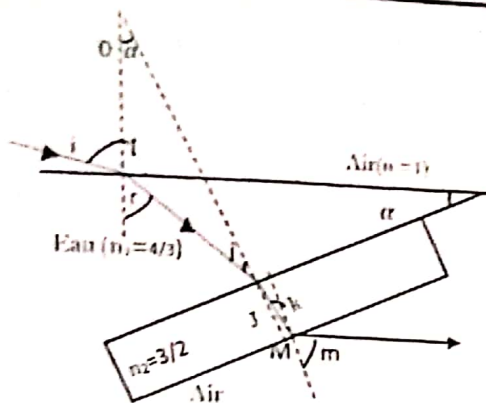
*Si $n_2 \neq n_1$ alors on a : $n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_1$: c'est la 3^e loi de Descartes.

- 3) Cas n°1 : parce que les angles i et r sont du même coter de la normale au dioptre air-Eau.

Cas n°2 : parce que le rayon incident doit être contenu dans l'air.

Cas n°3 : parce qu'il s'agit d'une réfraction et non d'une réflexion .

Cas n°4 : car $r > i$ alors que $n_{\text{eau}} > n_{\text{air}}$.



4) a) relation entre r , j et α

dans le triangle OIJ on a :

$$\alpha + \pi - r + j = \pi$$

$$\Rightarrow r = \alpha + j$$

b) le rayon ne peut pas se réfléchir en J car $n_1 < n_2$

c) conditions sur j et α pour que le rayon sorte en M

En émergence rasante.

$$\text{Pour } m = \frac{\pi}{2} \text{ on a, } n_2 \sin k = n \sin(m) = 1$$

$$\text{Or } n_1 \sin j = n_2 \sin k \Rightarrow n_1 \sin j = 1$$

$$\text{Donc } j = \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 48,6^\circ \text{ or } 0 \leq i \leq 90 \Rightarrow 0 \leq r \leq 48,6^\circ \Rightarrow j + \alpha \leq 48,6^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha \leq 0^\circ$$

Ainsi

il

faut

que

$$\begin{cases} j = \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 48,6^\circ \\ \alpha \leq 0^\circ \text{ (ceci traduit le fait que la lame doit être inclinée dans l'autresens)} \end{cases}$$

5) pour $i = 45^\circ$, $r = 32^\circ$ et $j = r - \alpha = 12^\circ$ on a donc : $\begin{cases} j = 12^\circ \leq 48,6^\circ \\ \alpha = 20^\circ \geq 0^\circ \end{cases}$ ainsi il peut voir

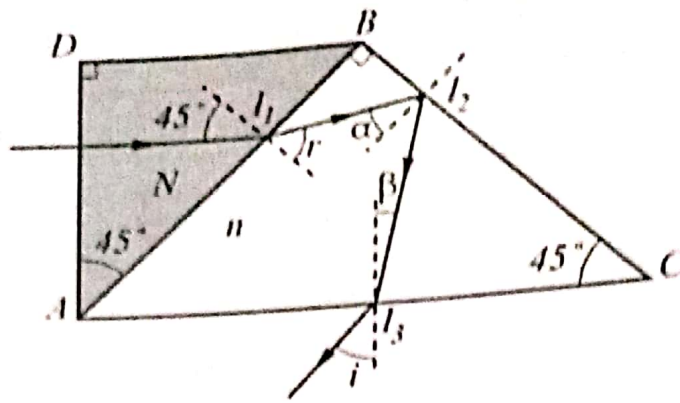
le rayon.

Le disparaît si $j \geq 48,6^\circ \Rightarrow r - \alpha \geq 48,6^\circ \Rightarrow \alpha \leq -16,6^\circ$.

Ainsi le rayon disparaît pour $\alpha \leq -16,6^\circ$.

EXERCICE 2 :

1) Complétons la figure :



- 2) Relation de SNELL-DESCARTES aux points I_1 et I_3

En I_1 : $N \sin 45^\circ = n \sin r \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} N = n \sin r$ et En I_3 : $n \sin \beta = \sin i$

- 3) Relations vérifiées par les angles r et α ; et α et β

On a : $r + \alpha = \frac{\pi}{2}$

Dans le triangle $I_2 I_3 C$ on a : $\frac{\pi}{2} - \alpha + \frac{\pi}{2} - \beta + \frac{\pi}{4} = \pi \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$

- 4) relation vérifiée par N et n pour que la réflexion soit limite en I_2

on a $n \sin \alpha = 1 \Rightarrow n \sin \left(\frac{\pi}{2} - r \right) = 1$ avec : $\alpha = \frac{\pi}{2} - r$

$\Rightarrow n \cos r = 1$ or $\sin r = \frac{\sqrt{2}N}{2n}$

Donc $N^2 = 2(n^2 - 1)$

$AN : N = 1,58 ; r = 48,19^\circ , \alpha = 41,81^\circ \beta = 3,19^\circ$ et $i = 4,79^\circ$

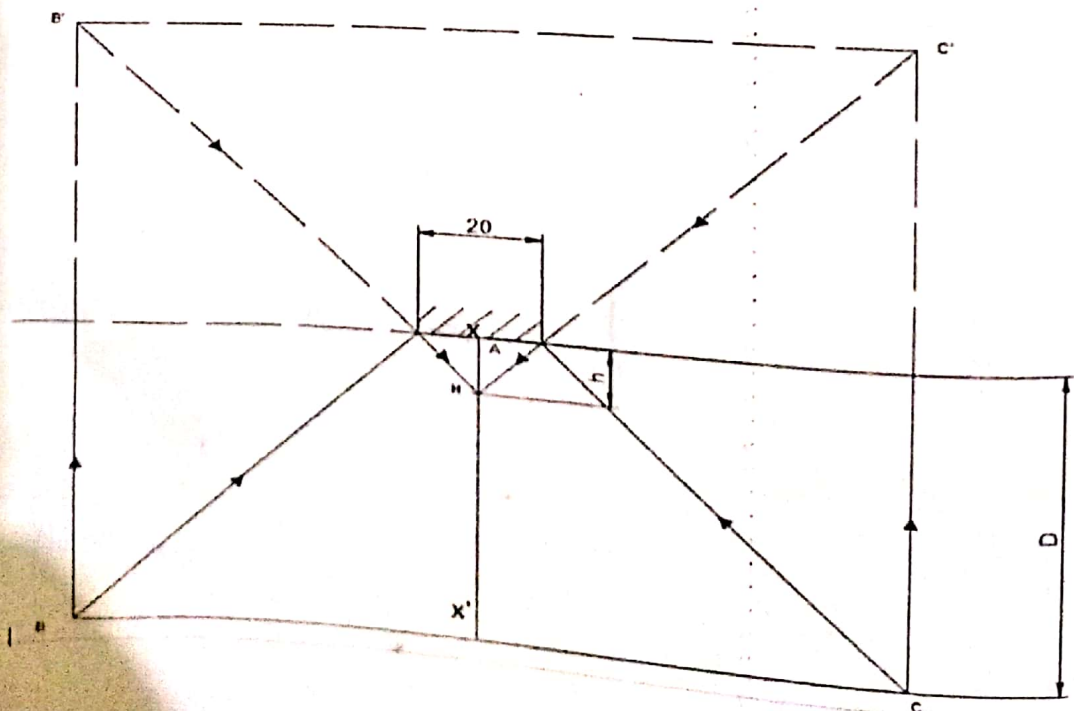
*pour que la réflexion soit totale en I_2 il faut que $n \sin \alpha > 1 \Rightarrow N < N_0 = \sqrt{2(n^2 - 1)}$

- 5) Relation vérifiée par N et n pour que l'angle i soit nul :

Si $i = 0$ alors $\beta = 0$ et $\alpha = r = \frac{\pi}{4}$ et donc $N = n = \frac{3}{2}$

Exercice 3

1)



2) Largeur de l'image

$$\text{on a: } \frac{l}{B'C'} = \frac{h}{h+D} \text{ or } B'C' = BC \Rightarrow BC = \frac{l(h+D)}{h} \begin{cases} D = 20 \text{ m} \\ h = 50 \text{ cm} \\ l = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$AN : BC = \frac{20(50+20 \times 100)}{50} = 820 \text{ cm} = 8,2 \text{ m}$$

CORRECTION EXAMEN D'OPTIQUE GEOMETRIQUE (2018/2019)

(Voir Correction Examen 2015 /2016)

CORRECTION CC ET EXAMEN D'OPTIQUE GEOMETRIQUE (2017/2018)**EXERCICE 1**

1. Définition des termes et expressions :

Milieu homogène et isotrope : C'est un milieu ayant les mêmes propriétés en tout point et les mêmes caractéristiques dans toutes les directions.

Dioptré : C'est la surface de séparation entre deux milieux d'indices différents.

Système centré : C'est un système formé d'une suite homogène séparés par des dioptrés ayant la même symétrie de révolution.

2.

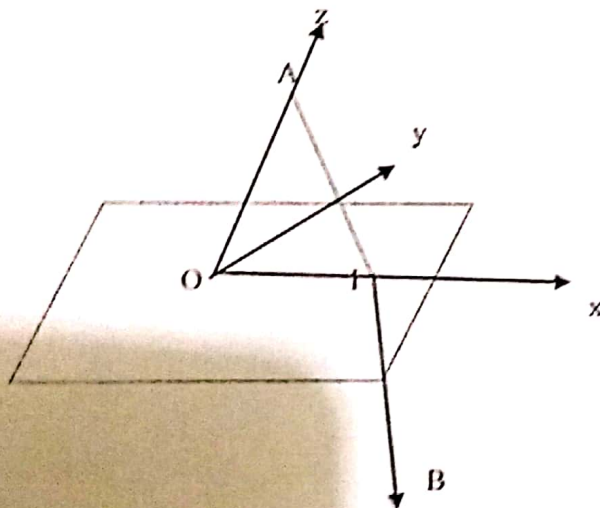
- On dit qu'un système est rigoureusement stigmatique pour un couple de points A et A' si tout rayon lumineux passant par A, passe exactement par A' après avoir traversé le système.

Exemple : le miroir plan.

- On dit qu'un système est aplanétique, si pour tout objet AB perpendiculaire à l'axe optique, on a une image A'B' aussi perpendiculaire à cet axe.

Exemple : Le miroir plan.

3. Caractérisation du point I par le principe de Fermat



$$t = \frac{AI}{v_1} + \frac{IB}{v_2} = \frac{1}{v_1} \sqrt{x^2 + y^2 + (z-a)^2} + \frac{1}{v_2} \sqrt{(x-a)^2 + y^2 + (z-b)^2}$$

Le chemin optique entre A et B s'écrit :

$$L(x, y, z) = \frac{c}{v_1} AI + \frac{c}{v_2} IB \quad \text{D'après le principe de Fermat, } dL=0.$$

$$\text{Or } dL = C dt = \frac{\partial L}{\partial x} dx + \frac{\partial L}{\partial y} dy + \frac{\partial L}{\partial z} dz = 0 \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{c}{v_1} \frac{x}{AI} - \frac{c}{v_2} \frac{a-x}{IB} = 0 & (1) \\ \frac{\partial L}{\partial y} = \frac{c}{v_1} \frac{y}{AI} + \frac{c}{v_2} \frac{y}{IB} = 0 & (2) \\ \frac{\partial L}{\partial z} = \frac{c}{v_1} \frac{z}{AI} - \frac{c}{v_2} \frac{a-z}{IB} = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(2) \text{ et } (3) \rightarrow y = z = 0$$

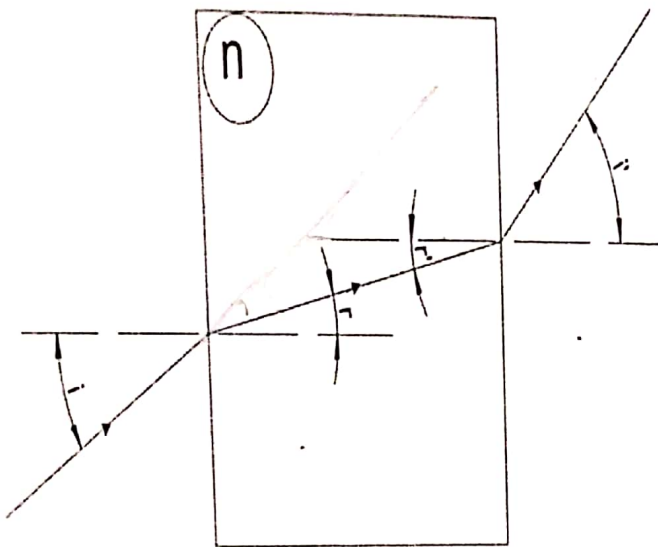
D'où $I(x, 0, 0)$.

Par ailleurs, $\sin i_1 = \frac{x}{AI}$ et $\sin i_2 = \frac{d-x}{IB}$ et $\begin{cases} \frac{c}{v_1} = n_1 \\ \frac{c}{v_2} = n_2 \end{cases}$

$$\rightarrow n_1 \sin i_1 - n_2 \sin i_2 = 0 \rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin i_2}{\sin i_1} = cte$$

Comme I e (ABC), on établit ainsi les 2 deux premières lois de Descartes.

EXERCICE 2



on a : $\cos r = \frac{e}{AA'}$

$$\sin(i-r) = \frac{d}{AA'}$$

$$\rightarrow d = AA' \sin(i-r) \quad \text{or } AA' = \frac{e}{\cos r}$$

$$\rightarrow d = \frac{e}{\cos r} \sin(i-r)$$

Calcul de la translation pour $i=60^\circ$, $e=5\text{cm}$ et $n=\sqrt{3}$.

On a : $d = \frac{e}{\cos r} \sin(i-r)$ avec $\sin r = \frac{\sin i}{n}$

Or $\sin(i-r) = \sin i \cos r - \cos i \sin r$ et $\cos r = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}$

$$\text{Donc } d = e \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}}\right)$$

$d=2.88 \text{ m}$

EXERCICE 3

$$(p, q, r) = (4, 2, 1) \rightarrow \frac{f'_1}{4} = \frac{e}{2} = \frac{f'_2}{1}$$

1. Position du foyer image F' par rapport à O_2 .

Objet à l'infini $\xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F'$
 En appliquant la relation de conjugaison par rapport à la lentille L_2 avec les points F'_1 et F' , on aura : $\overline{F_2 F'_1} \times \overline{F_2' F'} = -f_2'^2$ or $\overline{F_2 F'_1} = \overline{F_2 O_2} + \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 F'_1} = f'_2 - e + f'_1$
 Ainsi, $\overline{F_2' F'} = -\frac{f_2'^2}{f'_2 - e + f'_1} \rightarrow \overline{O_2 F'} = -\frac{f_2'^2}{f'_2 - e + f'_1} + f'_2 = \frac{1}{3}e$

D'où $\overline{O_2 F'} = \frac{1}{3}e$

2. Position du foyer F par rapport à O_1

$F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} \text{image à l'infini}$
 En appliquant la relation de conjugaison par rapport à la lentille L_1 avec les points F et F_2 , on aura : $\overline{F_1 F} \times \overline{F_1' F_2} = -f_1'^2$ or $\overline{F_1' F_2} = \overline{F_1' O_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F_2} = e - f'_1 - f'_2$
 Ainsi, $\overline{F_1 F} = -\frac{f_1'^2}{e - f'_1 - f'_2} \rightarrow \overline{O_1 F} = -\frac{f_1'^2}{e - f'_1 - f'_2} - f'_1 = \frac{2}{3}e$
 Donc $\overline{O_1 F} = \frac{2}{3}e$

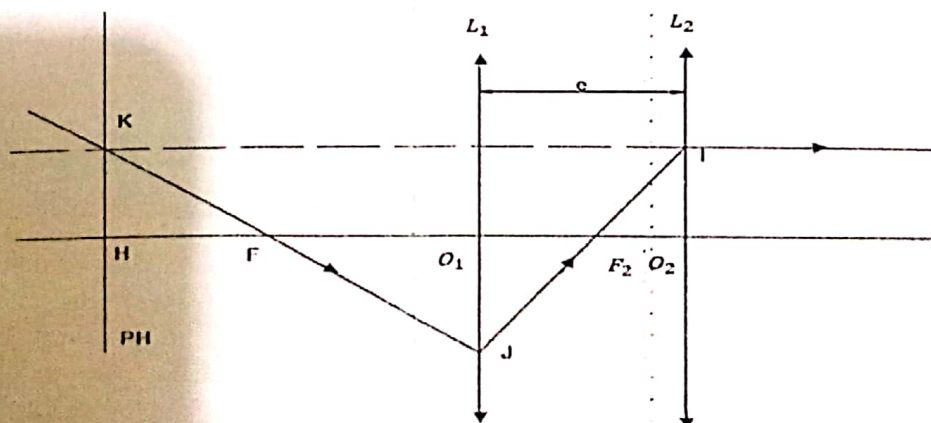
3. Distance focale image

On a :

$$2\overline{OF'} = \overline{FF'} = \overline{FO_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F'} \rightarrow \overline{OF'} = \frac{1}{2}[\overline{FO_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F'}] = \frac{1}{3}e$$

Donc $\overline{OF'} = \frac{1}{3}e$

4. a) Position du plan principal objet



On a :

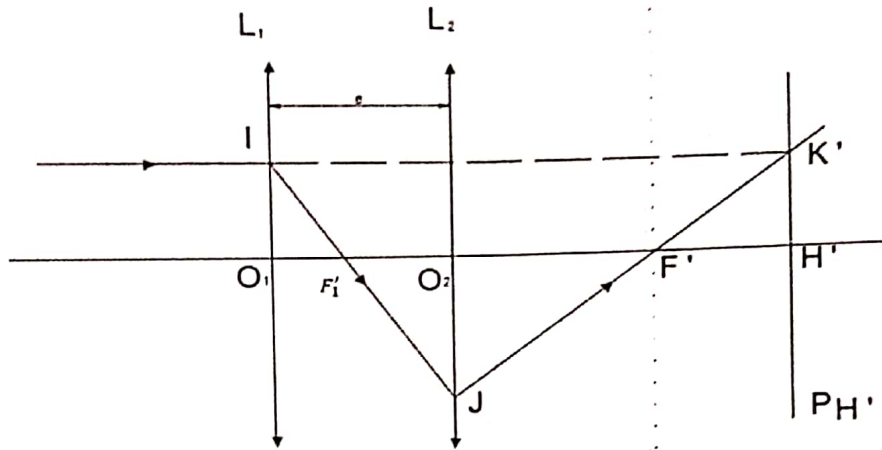
$$\frac{\overline{O_2 I}}{\overline{O_1 J}} = \frac{\overline{F_2 O_2}}{\overline{F_2 O_1}} \text{ Et } \frac{\overline{HK}}{\overline{O_1 J}} = \frac{\overline{FH}}{\overline{FO_1}} \text{ OR par definition, } \overline{HK} = \overline{O_2 I}$$

Ainsi, $\frac{\overline{F_2 O_2}}{\overline{F_2 O_1}} = \frac{\overline{FH}}{\overline{FO_1}} \rightarrow \overline{FH} = \overline{FO_1} \times \frac{\overline{F_2 O_2}}{\overline{F_2 O_1}}$

En remplaçant chaque terme par son expression, on obtient :

$$\overline{FH} = -\frac{f'_1 f'_2}{e - f'_1 - f'_2} = \frac{2}{3}e$$

b) position du plan principal image



On a :

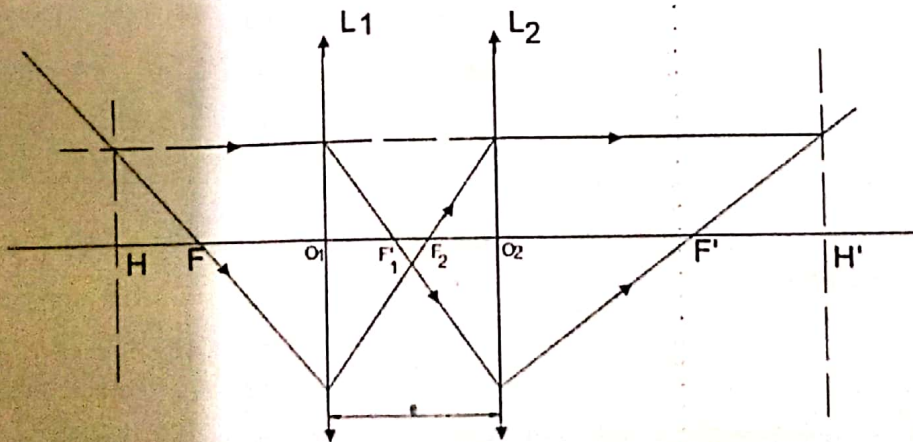
$$\frac{\overline{O_1 I}}{\overline{O_2 J}} = \frac{\overline{F'_1 O_1}}{\overline{F'_1 O_2}} \text{ Et } \frac{\overline{H' K'}}{\overline{O_2 J}} = \frac{\overline{F' H'}}{\overline{F' O_2}} \text{ OR par definition, } \overline{H' K'} = \overline{O_1 I}$$

Ainsi, $\frac{\overline{F'_1 O_1}}{\overline{F'_1 O_2}} = \frac{\overline{F' H'}}{\overline{F' O_2}} \rightarrow \overline{F' H'} = \overline{F' O_2} \times \frac{\overline{F'_1 O_1}}{\overline{F'_1 O_2}}$

En remplaçant chaque terme par son expression, on obtient :

$$\overline{F' H'} = \frac{f'_1 f'_2}{e - f'_1 - f'_2} = -\frac{2}{3}e$$

5. Détermination géométrique de la position des points cardinaux F, F', H et H'
- Il suffit ici de placer les points F et F' géométriquement puis déduire la construction de H et H' ; ceci en se donnant une échelle de construction (ex : e = 2 cm)



Exercice 1

1) Equation que doit vérifier les coordonnées du point I.

Dans le milieu n_1 , le temps mis par la lumière pour parcourir la distance SI est $t_1 = SI/v_1$.

De même, pour n_2 on a $t_2 = IM/v_2$

Pour parcourir SM , $t = t_1 + t_2 = SI/v_1 + IM/v_2$

$SI = [(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2]^{\frac{1}{2}}$ et $IM = [(x_M - x)^2 + (y_M - y)^2 + (z_M - z)^2]^{\frac{1}{2}}$

Soit $L = [AB] = ct \Rightarrow dL = cdt$

$$\text{or } dt = \frac{\partial t}{\partial x} dx + \frac{\partial t}{\partial y} dy + \frac{\partial t}{\partial z} dz.$$

D'après le principe de Fermat

$$dL = 0 \Leftrightarrow cdt = 0$$

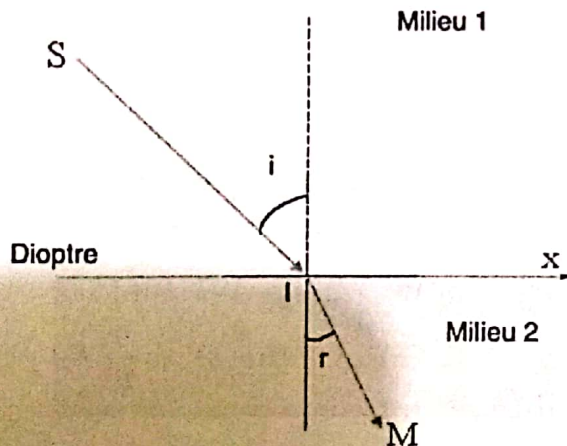
$$\Leftrightarrow dt = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial t}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial t}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial t}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad \text{En développant donc ces équations puisqu'on connaît de } t \text{ on aboutit à } y = 0 \text{ d'où}$$

$I(x, 0, y)$ de plus $I \in (xOy)$ donc $I(x, 0, 0)$

2) Dédution des lois de Descartes.

$I(x, 0, 0)$ on a donc le schéma suivant :



Au vue de cette figure,

$$\sin i = \frac{x}{SI} \quad \text{et} \quad \sin r = \frac{x_M - x}{IM}$$

D'après 1) on a :

$$\frac{1}{v_1} \sin i = \frac{1}{v_2} \sin r \Rightarrow \frac{c}{v_1} \sin i = \frac{c}{v_2} \sin r$$

$\Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin r$ D'où la seconde loi de Descartes. De plus I appartient au plan (SOM) d'où la première loi de Descartes.

Exercice 2

1) Après une bonne représentation des faisceaux lumineux on a facilement

$$D = \frac{\pi}{2} + i - i'$$

2) le faisceau incident est perpendiculaire au rayon incident si $D = \frac{\pi}{2}$ or

$$D = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + i - i' = \frac{\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow i = i'$$

Donc ceci est possible si $i = i'$

Montrons que n vérifie une inégalité

$$\text{On a } D = i - i' + \frac{\pi}{2}$$

$$\text{-Pour } D = \frac{\pi}{2} \{i = i', r = r' \Leftrightarrow \sin i = \sin i' = n \sin r = n \sin r'\}$$

Une bonne analyse conduit à :

$$\frac{\pi}{4} > \text{Arcsin}\left(\frac{1}{n}\right) \Rightarrow n > \sqrt{2} \text{ pour } D = \frac{\pi}{2}$$

Ainsi une bonne analyse optique de la situation permettra à l'étudiant de conclure que cette situation est possible si $i = i', r = r'$ donc $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ainsi il suffira que le triangle ABC soit rectangle isocèle en A et que $n > \sqrt{2}$

3) Trouvons i_0

$$\alpha = r + r' = r + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow r = -\frac{\pi}{6}$$

$\sin i_0 = n \sin r \Rightarrow i_0 = \arcsin(n \sin r)$ et on fait l'application numérique.

- Variation de $\frac{dD}{di_0}$

$$\text{On a } \frac{dD}{di_0} = \frac{d}{di_0} \left[i_0 - i + \frac{\pi}{2} \right] = 1 - \frac{di}{di_0} \text{ ainsi on a } di_0 \cos i_0 = n dr \cos r \text{ et}$$

$$di' \cos i' = n dr_1 \cos r_1 \text{ et } d\alpha = 0 \Rightarrow dr = dr' \text{ et } dr_1 = dr' = -dr.$$

$$d\alpha = dr_1 - dr = 0 \text{ ainsi } di_0 = \frac{n dr \cos r}{\cos i_0} \text{ et } di' = \frac{n dr_1 \cos r_1}{\cos i'}$$

$$\frac{dD}{di_0} = 1 - \frac{di'}{di_0} = 1 - \frac{\cos r_1 \cos i_0}{\cos i' \cos r} \text{ ainsi } \frac{dD}{di_0} > 0 \text{ car } r, i_0, i' \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

Exercice 1

1. Calculons la fréquence N :

On sait que la longueur d'onde et la fréquence sont liée par $\lambda * N = C \Rightarrow$

$$N = C/\lambda$$

$$\text{AN : } N = \frac{3.10^8}{6.10^{-7}} = 5.10^{14} \text{ Hz}$$

D'où

$$N = 5.10^{14} \text{ Hz}$$

2. Puisque qu'on a $\lambda \in [4.5Z\mu\text{m} ; 7Z\mu\text{m}]$, on peut donc dire cette fréquence appartient au domaine de la lumière blanche.

Les longueurs d'onde correspondant au domaine du visible varient de 400 nm à 750 nm pour un œil moyen. Les couleurs principales sont récapitulées dans le tableau suivant :

λ_0 (nm)	< 400	500	590	630	> 750
ν (Hz)	$> 7,5 \cdot 10^{14}$	$6,0 \cdot 10^{14}$	$5,1 \cdot 10^{14}$	$> 4,8 \cdot 10^{14}$	$< 4,0 \cdot 10^{14}$
Couleur	ultraviolet	bleu	jaune	rouge	infrarouge

En conclusion il s'agit de la lumière jaune car $N = 5,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

3. Equation cartésienne des plans d'onde (Voir cours)

Exercice 2

1. Définition :

-dioptré plan : On appelle dioptré une surface plane (réfractant) de séparation entre deux milieux homogènes, transparents et isotropes.

-Stigmatisme : un système optique est dit stigmatique si tout faisceau issu d'un point lumineux donne à la sortie du système, un faisceau convergent en un point, ou semble provenir d'un point appelle image.

2.

a. la définition d'un stigmatisme nous montre cela car pour un dioptré plan le faisceau n'est pas convergent.

b. Un système optique (S) est dit rigoureusement stigmatique pour deux points A et A', si tout rayon lumineux issu de A passe par A' après avoir traversé (S).

3. voir cours

Exercice 3

1) Après une bonne représentation des faisceaux lumineux on a facilement

$$D = \frac{\pi}{2} + i - i'$$

2) le faisceau incident est perpendiculaire au rayon incident si $D = \frac{\pi}{2}$ or

$$D = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + i - i' = \frac{\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow i = i'$$

Donc ceci est possible si $i = i'$

Montrons que n vérifie une inégalité

$$\text{On a : } D = i - i' + \frac{\pi}{2}$$

$$\text{-Pour } D = \frac{\pi}{2} \{i = i', r = r'\} \Leftrightarrow \sin i = \sin i' = n \sin r = n \sin r'$$

une bonne analyse conduit a

$$\frac{\pi}{4} > \text{Arcsin}\left(\frac{1}{n}\right) \Rightarrow n > \sqrt{2} \text{ pour } D = \frac{\pi}{2}$$

Ainsi une bonne analyse optique de la situation permettra à l'étudiant de conclure que cette situation est possible si $i = i', r = r', \alpha = \frac{\pi}{4}$ ainsi il suffira que le triangle ABC soit rectangle isocèle en A et que $n > \sqrt{2}$

3) Trouvons i_0

$$\alpha = r + r' = r + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow r = -\frac{\pi}{6}$$

$$\sin i_0 = n \sin r \Rightarrow i_0 = \arcsin(n \sin r) \text{ et on fait l'application numérique.}$$

• Variation de $\frac{dD}{di_0}$

$$\text{On a } \frac{dD}{di_0} = \frac{d}{di_0} \left[i_0 - i + \frac{\pi}{2} \right] = 1 - \frac{di}{di_0} \text{ ainsi on a } di_0 \cos i_0 = n dr \cos r \text{ et}$$

$$di' \cos i' = n dr_1 \cos r_1 \text{ et } d\alpha = 0 \Rightarrow dr = dr' \text{ et } dr_1 = dr' = -dr.$$

$$d\alpha = dr_1 - dr = 0 \text{ ainsi } di_0 = \frac{n dr \cos r}{\cos i_0} \text{ et } di' = \frac{n dr_1 \cos r_1}{\cos i'}$$

$$\frac{dD}{di_0} = 1 - \frac{di'}{di_0} = 1 - \frac{\cos r_1 \cos i_0}{\cos i' \cos r} \text{ ainsi } \frac{dD}{di_0} > 0 \text{ car } r, i_0, i' \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

CORRECTION EXAMEN D'OPTIQUE GEOMETRIQUE (2016/2017)

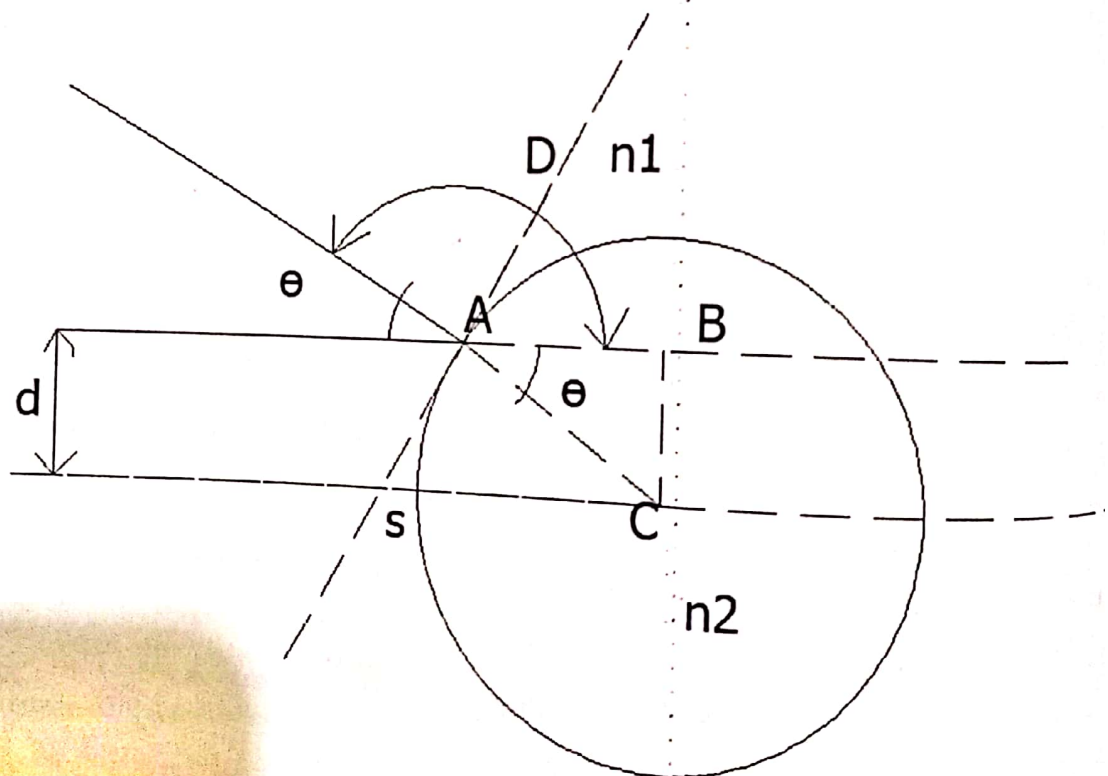
Exercice 1

1. Définition :

- Condition de Gauss : ensemble des relations qui caractérisent un système optique dans lequel les rayons lumineux forment des petits angles avec l'axe optique et l'angle d'incidence sur les surfaces rencontrées sont faibles..
- Système centré catadioptrique : C'est un système optique équivalent à un miroir sphérique dont les foyers objet et image sont confondus ainsi que les plans principaux objet et image.
- Grossissement linéaire : c'est le quotient du rapport entre le diamètre apparent l'image et le diamètre apparent de l'objet. $G = \alpha' / \alpha$
- Stigmatisme : un système optique est dit stigmatique si tout faisceau issu d'un point lumineux donne à la sortie du système, un faisceau convergeant en un point, ou semble provenir d'un point appelle image.

2.

2.1. Schéma optique complet du phénomène :



2.2. Calculons l'angle d'incidence $i=0$ à partir duquel le rayon sera totalement réfléchi
En effet cela est le cas si et seulement si $n \sin i > 1$ or $\sin \theta = \frac{1}{n} \Rightarrow$ réflexion totale si $i > 0$

AN : $\sin \theta = \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0.75$

D'où

$$\Theta = 45.5^\circ$$

2.3. Calcul de la distance d_0 ; on a :

Dans le triangle ABC rectangle en B, $\sin \theta = \frac{d_0}{R} \Rightarrow d_0 = R \sin \theta = R * \frac{1}{n} = 4 * \frac{3}{4} = 3$

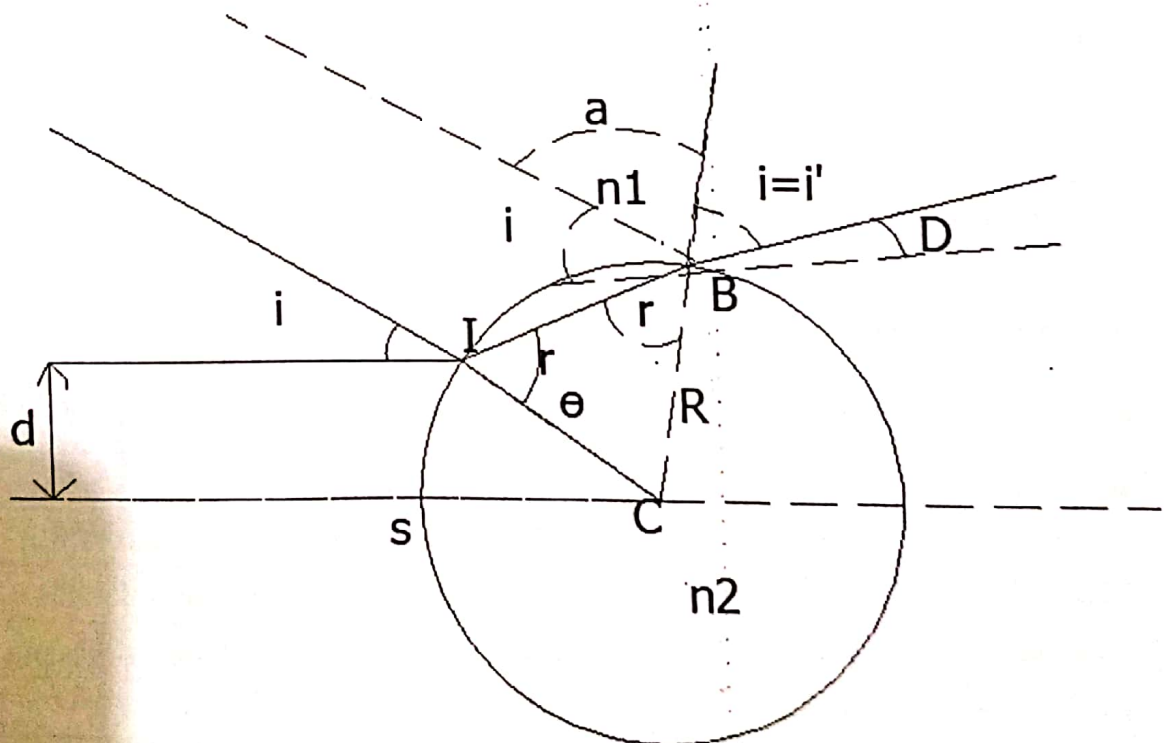
$$d_0 = 3 \text{ mm}$$

2.4. Cas ou $i > \Theta$, représentation de D (voir sur la figure précédente)

Expression de D en fonction de i :

$$D = \pi - 2i$$

2.5. Cas ou $i < \Theta$, représentation de D (voir sur la figure précédente)



2.6. Expression de D en fonction de i et r

Le triangle étant isocèle on a $a + 2r = \pi \Rightarrow a = \pi - 2r$ (1)

i l'angle de réfraction du rayon à la sortie de la boule, la relation de Snell-Descartes nous donne :

$n \sin i = \sin r$ à l'entrée et $\sin r = n \sin i'$ à la sortie
il ressort donc que $i = i'$ et on obtient donc $D + i + i' + a = \pi$

$$\Rightarrow D + 2i + a = \pi$$

$$\Rightarrow D = 2(r - i)$$

$\Rightarrow$

Donc

$$D = 2(r - i)$$

Exercice 2

1-Quatre relations du prisme :

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r & (1) \\ \sin i' = n \sin r' & (2) \\ r + r' = A & (3) \\ D = i + i' - A & (4) \end{cases}$$

2-

Au minimum de déviation on a : $i = i'$ et on montre facilement de ce fait que

$$n(\lambda) = \sin(D_m + A) / 2 / \sin(A/2)$$

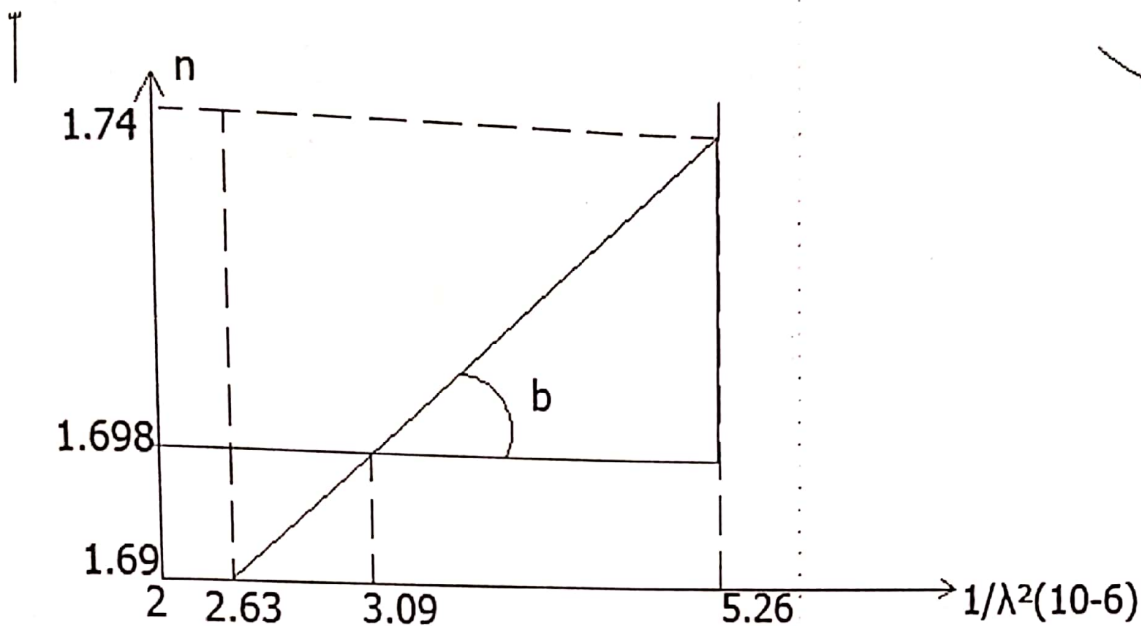
3. Complétons le tableau

Raie	λ (nm)	$D_m(^{\circ})$	n	$\lambda/D^2(10^{-6})$
Rouge Na	616,0	55°30'	1.691	2.63
Jaune Hg	579,0	56°4'	1.696	2.98
Verre Na	568.8	56°15'	1.698	3.09
Verre Hg	546,1	56°40'	1.702	3.35
Bleu-vert Hg	496,0	57°51'	1.712	4.06
Bleu-indigo Hg	435,8	59°51'	1.730	5.26
Violet Hg	404,7	61°20'	1.743	6.10

Rappel : 1° est subdivisé en 60 minutes

$$55^{\circ}30' = (55 + 30/60)^{\circ} = 55.5^{\circ}$$

4. Courbe expérimentale $n(\frac{1}{\lambda^2})$



5. La loi empirique de Cauchy est vérifiée car la courbe est une droite

$$: n = a + \frac{b}{\lambda^2}$$

Calcul de a et b

$$y = ax + b$$

Avec $y=n$ $x=\frac{1}{\lambda^2}$

D représente la pente et l'ordonnée à l'origine.

En prenant 2 points quelconques de la droite on a :

$$b = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

$$\text{on a: } b = 14984 \text{ mm}^2 \quad a = 1.652$$

Exercice 3

1- a) distances focales f_1 et f_1 du premier dioptr

$$f_1 = \frac{n'S_1C_1}{n'-n} \quad \text{AN : } f_1 = -20 \text{ cm}$$

$$f_1' = -\frac{nS_1C_1}{n'-n} \quad \text{AN : } f_1' = 30 \text{ cm}$$

b) distances focales f_2 et f_2 du deuxième dioptr

$$f_2 = \frac{n'S_2C_2}{n'-n} \quad \text{AN : } f_2 = -60 \text{ cm}$$

$$f_1 = -\frac{nS_2C_2}{n'-n} \quad \text{AN : } f_2 = 40 \text{ cm}$$

c) position des points nodaux et du centre optique pour chaque dioptr.

- premier dioptr :

$$\overline{F_1N_1} = f'_1 = 30 \text{ cm}, \quad \overline{S_1N_1} = \overline{S_1C_1} = 10 \text{ cm}, \quad \overline{F'_1N'_1} = f_1 = -20 \text{ cm},$$

$$\overline{S_1N'_1} = 10 \text{ cm. } N_1 \text{ et } N'_1 \text{ sont confondus à } C_1$$

- Second dioptr :

$$\overline{F_2N_2} = f'_2 = 40 \text{ cm}, \quad \overline{S_2N_2} = \overline{S_2C_2} = -20 \text{ cm}, \quad \overline{F'_2N'_2} = f_2 = -60 \text{ cm},$$

$$\overline{S_2N'_2} = \overline{S_2C_2} = -20 \text{ cm. } N_2 \text{ et } N'_2 \text{ sont confondus à } C_2$$

2- a) positions des foyers F et F'

$$\overline{F_1F} = \frac{f_1 f'_1}{-f'_1 + \overline{S_1S_2} + f_2} \quad \text{AN : } \overline{F_1F} = 15 \text{ cm}$$

$$\overline{F'_2F'} = -\frac{f_2 f'_2}{-f'_1 + \overline{S_1S_2} + f_2} \quad \text{AN : } \overline{F'_2F'} = 60 \text{ cm}$$

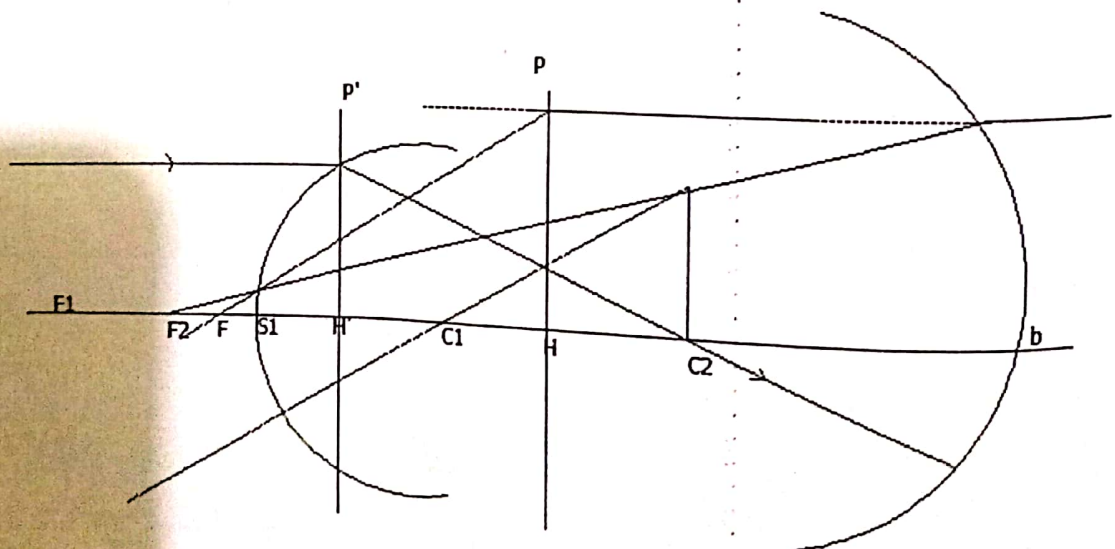
• points principaux H et H'

$$\overline{HF} = f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad \overline{H'F'} = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta} \quad \text{avec } \Delta = -f'_1 + \overline{S_1S_2} + f_1$$

$$\text{AN : } \overline{HF} = -30 \text{ cm ; } \overline{H'F'} = 30 \text{ cm}$$

• position des points nodaux

$$\overline{FN} = f' = 30 \text{ cm}, \quad \overline{F'N'} = f = -30 \text{ cm} \quad N' \text{ et } H \text{ sont confondus avec } H'$$



b) Déterminons graphiquement les positions F, F', H et H'

L'étudiant prendra le soin de le faire sur un papier millimétré.

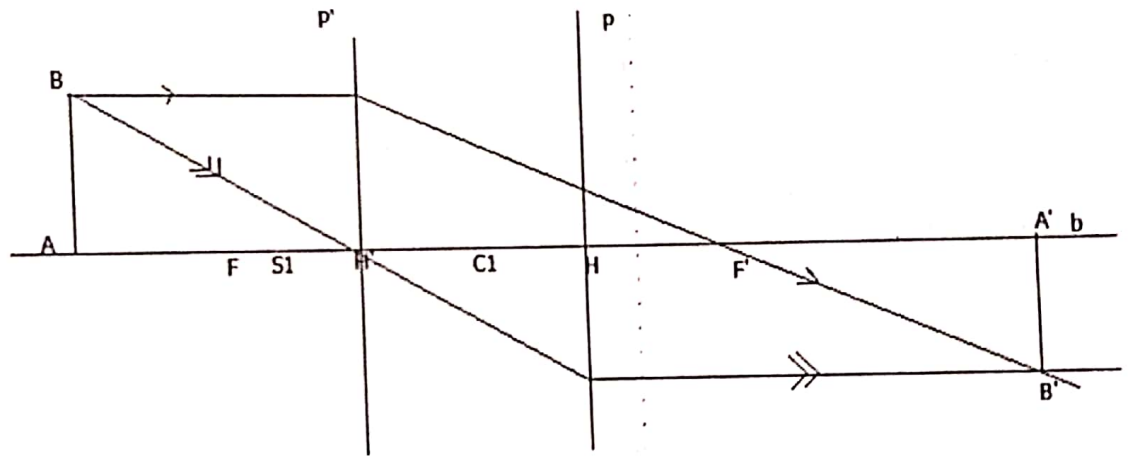
3- a) Calcul de la position $\overline{H'A'}$ de l'image $A'B'$

A partir de la relation de conjugaison on a :

$$\overline{H'A'} = f' \left(\frac{\overline{S_1A} - \overline{S_1F} + f}{\overline{S_1A} - \overline{S_1F}} \right) \quad \text{Ou} \quad \overline{H'A'} = \left(\frac{\overline{H'F'} - \overline{HA}}{\overline{HA} - \overline{HF}} \right)$$

$$\text{AN } \overline{H'A'} = f' \left(\frac{\overline{S_1A} - \overline{S_1F} + f}{\overline{S_1A} - \overline{S_1F}} \right) = 75 \text{ cm}$$

b) Détermination graphiquement l'image $A'B'$ (laissé au soin de l'étudiant).



c) Grandissement.

$$\gamma = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} \quad \text{or } n_1 = 1 \text{ et } n_2 = n \text{ d'où } \boxed{\gamma = \frac{1}{n} \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} = -1.5}$$

CORRECTION EXAMEN D'OPTIQUE GEOMETRIQUE (2015/2016)

Exercice 1

1. Définition des termes et expressions :

Milieu Homogène et isotrope : c'est un milieu dont la composition est la même en tous ses points et dont les propriétés sont les même dans toutes les directions.

Dioptre : surface de séparation entre deux milieux homogène, isotrope et transparent.

Système Centré : système formé d'une suite de milieux homogènes séparés par des dioptres ayant la même symétrie de révolution.

2. On dit d'un système (S) qu'il est :

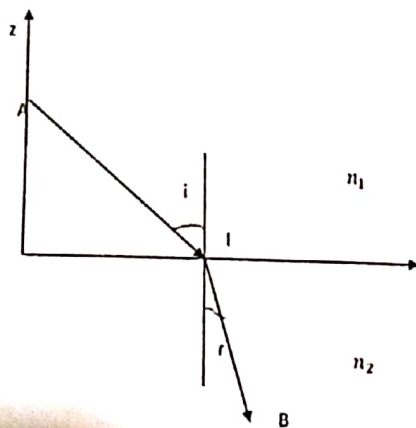
Rigoureusement stigmatique pour un couple de points A et A' si tout rayon lumineux issu de A passe par A' après avoir traversé système (S).

Exemple : le miroir plan ou dioptre sphérique aux points de Wei strass.

Aplanétique : pour un couple de points A et A' si tout rayon lumineux issu de A passe autour du point A' après avoir traversé le système (S).

Exemple : la lentille mince.

3. Détermination du point I.



Soit $(x, y, 0)$ les coordonnées du point I et t le temps mis pour aller de A à B.

On a :

$$t = \frac{AI}{V_1} + \frac{IB}{V_2} = \frac{1}{V_1} \sqrt{x^2 + y^2 + (z-a)^2} + \frac{1}{V_2} \sqrt{(x-d)^2 + y^2 + (z+b)^2}$$

Le chemin optique entre les points A et B s'écrit :

$$L = [AB] = ct \Rightarrow dL = c dt \Rightarrow dt = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial t}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial t}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial t}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{v_1 \sqrt{x^2 + y^2 + (z-a)^2}} = -\frac{x-d}{v_2 \sqrt{(x-d)^2 + y^2 + (z+b)^2}} & (1) \\ \frac{y}{v_1 \sqrt{x^2 + y^2 + (z-a)^2}} = -\frac{y}{v_2 \sqrt{(x-d)^2 + y^2 + (z+b)^2}} & (2) \\ \frac{z}{v_1 \sqrt{x^2 + y^2 + (z-a)^2}} = -\frac{z+b}{v_2 \sqrt{(x-d)^2 + y^2 + (z+b)^2}} & (3) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow y = 0 \text{ d'où } I(x, 0, z)$$

$$\text{De plus } I \in (xoy) \Rightarrow z = 0$$

$$\text{Par conséquent } I(x, 0, 0)$$

Soit

$$\begin{cases} \sin i = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \\ \sin r = \frac{d-x}{\sqrt{(x-d)^2 + b^2}} \end{cases}$$

$$1) \text{ On donne } \frac{1}{v_1} \sin i = \frac{1}{v_2} \sin r$$

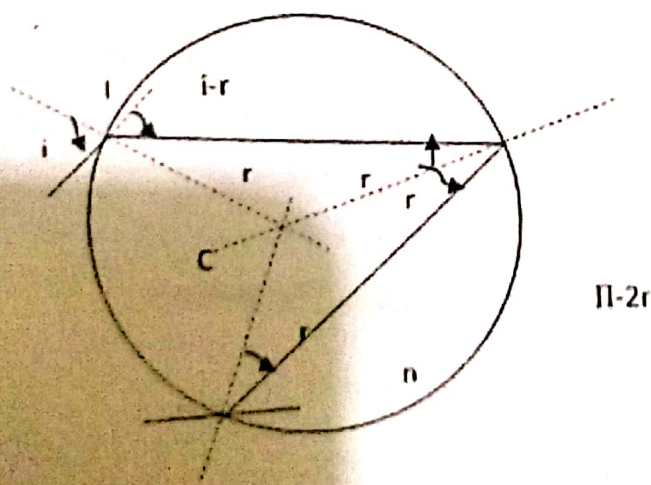
$$\Rightarrow \frac{c}{v_1} \sin i = \frac{c}{v_2} \sin r$$

$$\Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

C'est la deuxième loi de Descartes que l'on retrouve. Comme $I \in$ au plan d'incidence (AOB) on retrouve alors la 1ère loi de Descartes sur la réfraction. (Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence) c'est ça la conclusion.

Exercice 2

1.a) Marche du rayon lumineux ayant subi une seule réflexion interne



Exprimons la déviation D_1 en fonction des angles d'incidences i et de réfraction :

Pour $N=1$, $D_1=2i+\pi-4r$ avec $\sin i = n \sin r$

b) Exprimons la déviation D_N en fonction de i , r et N .

$$D_N = 2(i - r) + N(\pi - 2r) = 2i + N\pi - 2(N+1)r$$

c) Déterminons D_N^m et i_N^m

$$\frac{dD_N}{di} = 2 - 2(N+1) \frac{dr}{di} \text{ or } \cos i di = n \cos r dr$$

On a donc. $\frac{dr}{di} = \frac{1 \cos i}{n \cos r}$ Et par suite $\frac{dD_N}{di} = 2 - 2(N+1) \frac{1 \cos i}{n \cos r}$

L'extremum vérifie donc la relation $n \cos r_m = (1+N) \cos i_m$. Pour un N donné supérieur ou égale à 1, l'extremum est unique et on peut montrer qu'il s'agit d'un minimum en montrant que la dérivée de D_N est positive pour $i=i_m$.

d) Pour $N = 1$, $\cos i_m = \sqrt{\frac{n^2-1}{3}}$

On trouve $i_m = 59,6^\circ$;

$$\cos r_m = (1+N) \cos i_m.$$

$$r_m = 40,4^\circ$$

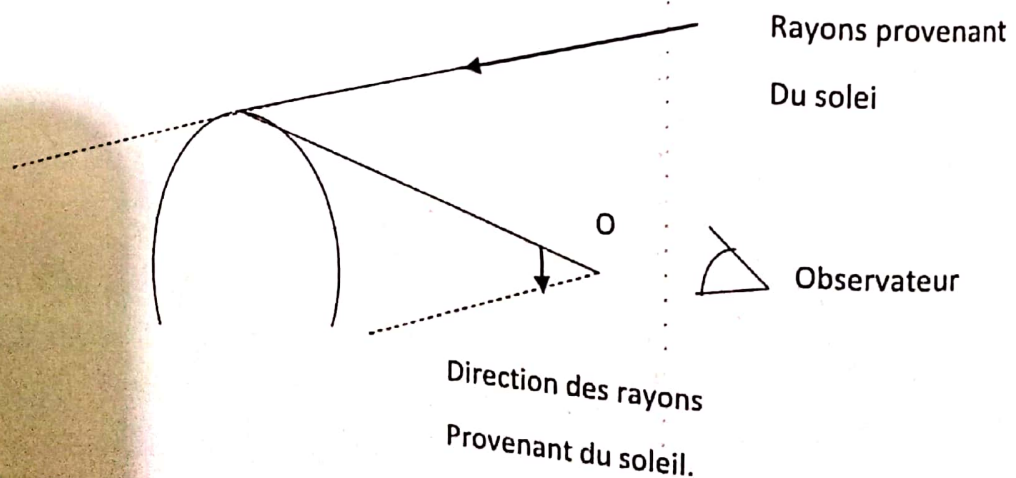
$$D_m = 2(i_m - r_m) + N(\pi - 2r_m) = 137,6^\circ$$

Conclusion: $D_m^N = 137,6^\circ$, $i_m^N = 59,6^\circ$, (prendre $i_m = i_m^N$ et $D_m = D_m^N$)

2) On suppose que $N = 1$ et que pour $i_m \simeq i_m^N$ et $D_m \simeq D_m^N$

a. Dédisons en la répartition géométrique des gouttes d'eau qui apparaissent brillantes pour l'observateur:

Les rayons correspondant à un même angle de déviation D font un angle $\alpha = \pi - D$ par rapport à la direction des rayons du soleil. Ils se situent donc dans un cône d'angle au sommet α et ayant comme axe de révolution la droite parallèle aux rayons provenant du soleil et passant par l'observateur O. ainsi, les rayons correspondant à une même déviation D se répartissent sur un arc de cercle. Sachant qu'il y'a accumulation de lumière au voisinage de D_m , l'arc de cercle qui sera visible par l'observateur en O sera celui correspondant à α voisin de $\alpha_m = \pi - D_m$.



b. Calculons la dérivée D_m par rapport à n et déduisons: en D_m la déviation D dépend de deux variables n et i . on a :

$$\frac{dD}{dn}(i, n) = \frac{\partial D}{\partial i} \frac{di}{dn} + \frac{\partial D}{\partial n}$$

Au minimum de déviation, on a $\left(\frac{\partial D}{\partial i}\right)_{i=i_m} = 0$ et par suite $\frac{dD_m}{dn}(i_m, n) = \frac{\partial D_m}{\partial n}(i_m, n)$.

$$d'où dD_m = -4 \left(\frac{dr}{dn}\right)_{i=i_m} dn = \frac{4 \operatorname{tg} r_m}{n} dn \quad (NB: \operatorname{tg} = \tan r_m)$$

$$\text{on trouve donc} \quad \Delta D_m = \frac{4 \operatorname{tg} r_m}{n} \Delta n$$

$$\text{or} \quad \Delta n = 0,01, \text{ donc } \Delta D_m = 1,5^\circ$$

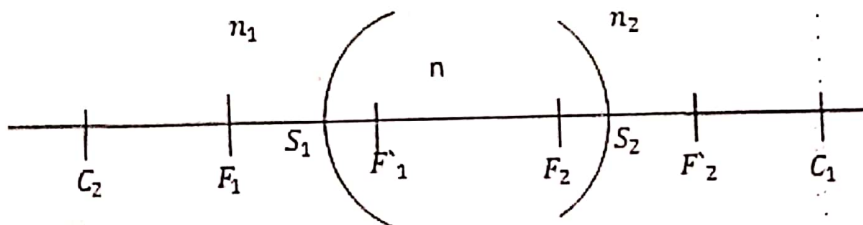
c. Expliquons le phénomène de l'arc-en-ciel.

L'indice n augmente quand on passe du rouge vers le bleu. Par conséquent, la déviation D_m augmente quand on passe du rouge vers le bleu. Ce qui revient à dire que l'angle α diminue quand on passe du rouge vers le bleu. La lumière venant du soleil étant polychromatique, l'observateur va donc voir dans le ciel différents arcs de cercle correspondant à chaque longueur d'onde tels que l'angle $\alpha_{\text{bleu}} < \alpha_{\text{rouge}}$. Ainsi, l'arc-en-ciel bleu sera à l'intérieur et l'arc rouge à l'extérieur.

Exercice 3

Dans tout l'exercice, on considérera que les conditions de stigmatisme de la lentille sont celles de deux dioptries de stigmatisme approché et utilisés dans les conditions de Gauss.

Avec $n_1 = n_2 = 1$



$$f_1 = S_1 F_1 \quad f_2 = S_2 F_2 \quad f = SF \quad \Delta = F_1 F_2 \approx S_1 S_2 = e$$

$$f_1 = S_1 F_1 \quad f_2 = S_2 F_2 \quad f = SF \quad f' = SF'$$

1. Déterminons la distance focale :

$$f' = -f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} = \frac{1}{\Delta} \frac{R_1 R_2 n n_2}{(n_1 - n)(n - n_2)} \quad \text{or } n_1 = n_2 = 1$$

$$\Rightarrow f' = -f = -\frac{1}{e} \frac{R_1 R_2}{(n - 1)^2}$$

2. Position des foyers :

$$\text{on a : } \overline{S_1 F'} = \frac{n \overline{S_1 C_1}}{n - n'}$$

$$\overline{S_1 F'} = \frac{n \overline{R_1}}{n-1}$$

$$\overline{S_2 F'} = \frac{n \overline{S_2 C_2}}{n' - n}$$

$$\Rightarrow \overline{S F} = \frac{n \overline{S_2 C_2}}{1 - n} = \frac{n R_2}{1 - n}$$

3. Points principaux

$$\overline{H F} = \overline{S F} = f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} = \frac{1}{\Delta} \frac{R_1 R_2 n n_2}{(n_1 - n)(n - n_2)}$$

$$\text{donc } \overline{H F} = -\frac{1}{e} \frac{R_1 R_2}{(n - 1)^2}$$

de meme, $\overline{H' F'} = \overline{S' F'}$.

4. Comme $HN = H'N' = f + f' = R = SN$, nous pouvons dire que N et N' sont confondus avec le point O.
5. L'application numérique est laissée au soin du lecteur.

CORRECTION RATTRAPAGE D'OPTIQUE GEOMETRIQUE (2015/2016)

Exercice 1

3) Equation que doit vérifier les coordonnées du point I.

Dans le milieu n_1 , le temps mis par la lumière pour parcourir la distance SI est $t_1 = SI/v_1$.

De même, pour n_2 on a $t_2 = IM/v_2$

Pour parcourir SM , $t = t_1 + t_2 = SI/v_1 + IM/v_2$

$$SI = [(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2]^{\frac{1}{2}} \text{ et } IM = [(x_M - x)^2 + (y_M - y)^2 + (z_M - z)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Soit } L = [AB] = ct \Rightarrow dL = cdt$$

$$\text{or } dt = \frac{\partial t}{\partial x} dx + \frac{\partial t}{\partial y} dy + \frac{\partial t}{\partial z} dz.$$

D'après le principe de Fermat

$$dL = 0 \Leftrightarrow cdt = 0$$

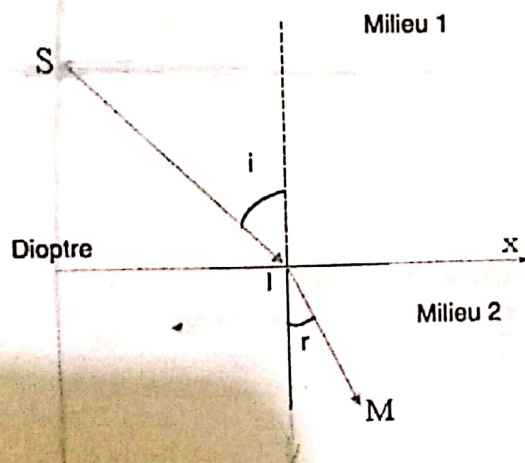
$$\Leftrightarrow dt = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial t}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial t}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial t}{\partial z} = 0 \end{cases} \text{ En développant donc ces équations puisqu'on connaît de } t \text{ on aboutit à } y = 0 \text{ d'où}$$

$I(x, 0, y)$ de plus $I \in (xOy)$ donc $I(x, 0, 0)$

4) Dédution des lois de Descartes.

$I(x, 0, 0)$, on a donc le schéma suivant :



Au vue de cette figure,

$$\sin i = \frac{x}{SI} \text{ et } \sin r = \frac{x_M - x}{IM}$$

D'après 1) on a :

$$\frac{1}{v_1} \sin i = \frac{1}{v_2} \sin r \Rightarrow \frac{c}{v_1} \sin i = \frac{c}{v_2} \sin r$$

$\Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin r$ D'où la seconde loi de Descartes. De plus I appartient au plan (SOM) d'où la première loi de Descartes.

Exercice 2

1) Après une bonne représentation des faisceaux lumineux on a facilement

$$D = \frac{\pi}{2} + i - i'$$

2) le faisceau incident est perpendiculaire au rayon incident si $D = \frac{\pi}{2}$ or

$$D = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + i - i' = \frac{\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow i = i'$$

Donc ceci est possible si $i = i'$

Montrons que n vérifie une inégalité

$$\text{On a } D = i - i' + \frac{\pi}{2}$$

$$\text{-Pour } D = \frac{\pi}{2} \{i = i', r = r' \Leftrightarrow \sin i = \sin i' = n \sin r = n \sin r'\}$$

une bonne analyse conduit a

$$\frac{\pi}{4} > \text{Arcsin}\left(\frac{1}{n}\right) \Rightarrow n > \sqrt{2} \text{ pour } D = \frac{\pi}{2}$$

Ainsi une bonne analyse optique de la situation permettra à l'étudiant de conclure que cette situation est possible si $i = i'$, $r = r'$ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ainsi il suffira que le triangle ABC soit rectangle isocèle en A et que $n > \sqrt{2}$

3) Trouvons i_0

$$\alpha = r + r' = r + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow r = -\frac{\pi}{6}$$

$$\sin i_0 = n \sin r \Rightarrow i_0 = \arcsin(n \sin r) \text{ et on fait l'application numérique.}$$

• Variation de $\frac{dD}{di_0}$

$$\text{On a } \frac{dD}{di_0} = \frac{d}{di_0} \left[i_0 - i + \frac{\pi}{2} \right] = 1 - \frac{di}{di_0} \text{ ainsi on a } di_0 \cos i_0 = n dr \cos r \text{ et}$$

$$di' \cos i' = n dr_1 \cos r_1 \text{ et } d\alpha = 0 \Rightarrow dr = dr' \text{ et } dr_1 = dr' = -dr.$$

$$d\alpha = dr_1 - dr = 0 \text{ ainsi } di_0 = \frac{n dr \cos r}{\cos i_0} \text{ et } di' = \frac{n dr_1 \cos r_1}{\cos i'}$$

$$\frac{dD}{di_0} = 1 - \frac{di'}{di_0} = 1 - \frac{\cos r_1 \cos i_0}{\cos i' \cos r} \text{ ainsi } \frac{dD}{di_0} > 0 \text{ car } r, i_0, i' \in [0, \frac{\pi}{2}].$$